SÉRIE A, N° 992
N° D'ORDRE : 1016

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention Sciences)

PAR

FRANÇOISE VILLENEUVE

1re THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DANS UN DIFFUSEUR A SIX DEGRÉS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

DIFFUSION D'EFFLUENTS GAZEUX

Soutenues, le 16 novembre 1962, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. FORTIER — *Président.*
SIESTRUNCK
COMOLET } *Examinateurs.*

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : VILLENEUVE, née BAYEUX.

Prénom : Françoise.

Date de la soutenance : 16 novembre 1962.

Numéro d'ordre : Série A 992. N° 1016.

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : VILLENEUVE, née BAYEUX.

Prénom : Françoise.

Date de la soutenance : 16 novembre 1962.

Numéro d'ordre : Série A 992. N° 1016.

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

VILLENEUVE (Françoise). — Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1963. In-8°, 83 p., 21 fig., 33 pl., 8 tabl.

(Th. Doct. Univ. Sc., Paris, 1963. Série A 992. N° 1016)

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538125_0041

SÉRIE A, N° 992
N° D'ORDRE : 1016

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention Sciences)

PAR

FRANÇOISE VILLENEUVE

1re THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DANS UN DIFFUSEUR A SIX DEGRÉS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

DIFFUSION D'EFFLUENTS GAZEUX

Soutenues, le 16 novembre 1962, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. FORTIER — *Président.*
SIESTRUNCK, COMOLET — *Examinateurs.*

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN

CONTRIBUTION
A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT
DANS
UN DIFFUSEUR A SIX DEGRÉS

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... M. ZAMANSKY

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
DE BROGLIE ...	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparées.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.
WYART.....	T	Minéralogie et cristal.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie vég. (Orsay).
AUGER	T	Physique quantique et relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du globe.
Mlle COUSIN....	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).
EPHRUSSI.....	T	Génétique.
RIVIERE	T	Géologie (S.P.C.N.) et sédim.
GAUTHERET ...	T	Biologie vég. (P.C.B.).
LUCAS R.	T	Recherches physiques.
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND.....	T	Physique enseignement.
SOLEILLET.....	T	Physique (P.C.B.).
FORTIER.....	T	Mécanique exp. des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Botanique.
DE CUGNAC ...	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mlle CAUCHOIS .	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du globe.
L'HÉRITIER ...	T	Biologie générale (Orsay).
GRIVET.....	T	Radio-électricité (Orsay).
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER ...	T	Chimie macromoléculaire.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et struc.
JACQUINOT ...	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay).
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES ..	T	Théories physiques.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie et cristallog.
J. P. MATHIEU..	T	Physique (optique).
COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.).
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et topologie.
FELDMANN	T	Biologie végétale marine.
GUINIER.....	T	Physique des solides (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calcul diff. et intégral.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD.....	T	Aviation (techn. aéronaut.).
BRELOT	T	Calcul diff. et intégral.
NORMANT.....	T	Synthèse organique générale.
BENARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathématiques.
SOULAIRAC.....	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appl.
KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD....	T	Botanique.
Mlle LE BRETON.	T	Physiologie de la nutri.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Applic. de l'analyse à la géométrie.
DEVILLERS	T	Anatomie et histologie comp.
EHRESMANN ...	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
GLANGEAUD ..	T	Géographie phys. et géologie dynamique.
GODEMENT.....	T	Mathématiques (M.P.C.).
PISOT	T	Tech. Mathém. de la Phys.
ROCH	T	Géologie.
SCHATZMAN	T	Astrophysique.
TERMIER	T	Paléontologie stratig.
ZAMANSKY.....	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.).
RIZET	T	Génétique (Orsay).
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
Mme TONNELAT .	T	Physique théorique.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Électrotechnique géné.
BRUSSET	T	Chimie systématique.
M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
Mme CHAIX	T	Chimie biologique.
Mme HUREL-PY.		Biologie végétale (P.C.B.).
PIAUX	T	Chimie (M.P.C.).
BRUN	T	Mécan. théorique des fluides.
LEDERER	T	Chimie biologique.
Mme DUBREIL ..	T	Mathém. (agrégation).
Mme LELONG ..	T	Mathématiques (E.N.S.).
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).
COTTE.....	T	Physique électricité.
DUBOIS J. E. ..	T	Chimie organique.
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.).
MICHEL A.	T	Chimie minérale (Orsay).
OLMER	T	Énergétique générale.
ROUAULT	T	Électricité (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
BARCHEWITZ ...	T	Chimie physique.
BROSSEL.....	T	Physique atomique.
BUSER		Physiologie comparée.
CAMUS		Physiologie vég. (B.M.P.V.).
CASTAING	T	Physique (Orsay).
CURIEN	T	Minéralog. et cristallog.
MOYSE	T	Physiologie végé. (Orsay).
NOIROT		Évolution des êtres org.
PANNETIER	T	Chimie générale (Orsay).
POSSOMPES	T	Zoologie.
PULLMANN.....	T	Chimie théorique.
TEILLAC	T	Physique nucl. et radioactivité.
TONNELAT	T	Biologie physico-chim.
VILLE	T	Économétrie.
WILLEMART ...		Chimie (P.C.B.).
DODE	T	Chimie (Orsay).

Freymann	T	Recherches physiques.
Guinochet	T	Biol. vég. (S.P.C.N.) (Orsay).
Rollet	T	Chimie (P.C.B.).
Mlle Josien ...	T	Chimie (S.P.C.N.).
Chevalley ...	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
Arnoult	T	Électronique (Orsay).
Chapelle	T	Physique (Orsay).
Delange	T	Mathématiques (Orsay).
Deny	T	Mathématiques géné. (Orsay).
Germain	T	Mécan. théor. des fluides.
Lucas G.	T	Géologie.
Allard	T	Chimie physique.
Berthelot	T	Phys. fondamentale des hautes énergies (Orsay).
Bricart	T	Météorologie et phys. de l'atmosphère.
Mme Aujé-Fessard		Psychophysiologie.
Friedel		Physique des solides (Orsay).
M. Julia		Études des moléculaires naturelles complexes.
Lender	T	Biol. animale (S.P.C.N.) (Orsay).
Magat		Physico-chimie des radio-éléments.
Mlle Quintin .	T	Électrochimie.
Monod	T	Chimie du métabolisme.
Benoit.....	T	Physiol. anim. (Orsay).
De Possel	T	Analyse numérique.
Charlot	T	Chimie analytique.
Haissinsky ...	T	Radiochimie.
Lemée	T	Physiol. vég. (B.M.P.V.) (Orsay).
Guérin	T	Chimie (M.P.C.) (Orsay).
Chatelet M. ..		Chimie (P.C.B.).
Jean	T	Physique nucléaire (Orsay).
Mattler	T	Physique (S.P.C.N.).
Michel L.		Phys. théor. des hautes énergies (Orsay).
Bergerard ...		Zoologie (Orsay).
Bertein		Électronique (Orsay).
Bouissieres ..		Chimie des radio-éléments (Orsay).
Mme Couture .		Thermodynamique et méc. physique.
Ellenberger..		Géologie appli. sur le terrain.
Franc		Biol. animale (P.C.B.).
Schnell		Botanique tropicale (Orsay).
Stolkowski ...		Physiologie générale.
Acher		Chimie biol. (Orsay).
Baudoin		Biologie animale (P.C.B.).
Beaumont.....		Biologie animale (S.P.C.N.).
Blamont		Géophysique ionosphère.
Bourreau		Botanique.
Curie D.		Physique (M.G.P.).
Durand-Delga		Géologie.
Fréon	T	Chimie organique (Orsay).
Heller		Physiologie végétale.
Tortrat		Calcul des probabilités.
Cailleux		Géologie (S.P.C.N.).
Magnan.....	T	Physique (S.P.C.N.).
Daudel	T	Mécanique ondulatoire appl. à la chim. théor. et à la phys. nucléaire.
Mlle Fourcroy .		Biol. végétale (S.P.C.N.).
Mme Choquet-Bruhat	T	Méc. analytique et méc. céleste.
Mlle Veil	T	Physiologie générale.
Lwoff	T	Microbiologie.
Siestrunck....	T	Mécan. phys. et expérim.
Lacombe	T	Métallur. des métaux nucl.
Brochard	T	Physique (P.C.B.) (Orsay).
Cabannes	T	Mécanique générale.
Lesieur.....	T	Mathématiques (M.P.C.) (Orsay).
Mazet	T	Mécanique générale (Orsay).
Caire		Géographie phys. et géol. dynamique.
Comolet		Mécanique des fluides.
Coraboeuf ...		Physiologie animale.
Delloue		Physique de l'exosphère.
Gorenflot ...		Botanique II (Orsay).
Houillon		Biologie animale (P.C.B.).
Jullien J.		Chimie (P.C.B.).
Malgrange ..		Tech. math. de la phys.
Olivier		Antropologie.
Nozeran	T	Botanique II (Orsay).
Blanc-Lapierre ..		Physique (E.N.S.) (Orsay).
Chevaugeon ..	T	Botanique (Orsay).
Kahane... ...	T	Mathématiques (Orsay).
Samuel	T	Mathématiques (E.N.S.) féminines.
Kourganoff ..	T	Astronomie (Orsay).
Thiry	T	Mécanique céleste.

Secrétaire général ..... R. Poullain.

Le travail présenté dans cette étude a été effectué à la station d'essais à l'air du Département « Essais » de la Direction des Etudes et Recherches d'Électricité de France que nous tenons à remercier particulièrement.

Nous remercions très vivement M. le Professeur Fortier *d'avoir accepté de diriger et orienter cette recherche et nous sommes reconnaissants aux* Professeurs Siestrunck *et* Comolet *d'avoir accepté de faire partie de notre jury.*

Enfin, nous ne saurions passer sous silence l'aide efficace que nous avons toujours obtenue de nos collaborateurs techniques directs.

TABLE DES MATIÈRES

PAGES

INTRODUCTION 1

NOTATIONS 3

CHAPITRE PREMIER

Analyse bibliographique des études sur les diffuseurs

A. — ÉCOULEMENT MOYEN 5

I. — Généralités 5

II. — Analyse détaillée des travaux de FURUYA relatifs à la couche limite turbulente dans les divergents 8

III. — Analyse détaillée des travaux de ROBERTSON, ROSS, FRASER relatifs au partage de la couche limite en plusieurs zones — Épaisseur de quantité de mouvement — Décollement 11

B. — ÉCOULEMENT TURBULENT 14

Bilan énergétique 14

I. — Généralités 14

II. — Analyse détaillée du travail de KLÉBANOFF sur les caractéristiques de la turbulence dans une couche limite sans gradient de pression.. 15

III. — Analyse détaillée du travail de LAUFER sur la structure de la turbulence d'un écoulement établi dans un tuyau 18

C. — RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 20

I. — Références bibliographiques relatives à la division A 20

II. — Références bibliographiques relatives à la division B 21

CHAPITRE II

Étude théorique de l'écoulement dans un diffuseur conique

INTRODUCTION 22

I. — Bilan d'énergie dans un diffuseur 22

II. — Calcul de l'épaisseur de quantité de mouvement des couches limites turbulentes 24

III. — Références bibliographiques 27

Chapitre III

Description des installations et des appareils de mesure Méthodes expérimentales

PAGES

I. — Dispositif expérimental 28

II. — Instruments de mesure de pression 31

III. — Instruments de mesure de turbulence 33

Chapitre IV

Résultats de mesure et discussion

Généralités 37

I. — Écoulement moyen 38

- Pressions statiques de paroi 38

- Vitesses moyennes 38

— Épaisseurs caractéristiques des couches limites 42

— Fonctionnement global du diffuseur 44

II. — Écoulement turbulent 45

— Fluctuations longitudinales de vitesse 45

— Pertes d'énergie moyenne — Énergie cinétique turbulente 46

— Spectre d'énergie 46

III. — Conclusion 47

Planches 49

INTRODUCTION

De nombreuses études ont déjà été faites sur les diffuseurs : la liste bibliographique (incomplète) que nous donnons à la fin de chaque chapitre de cet exposé le prouve. Cependant aucun auteur, à notre connaissance, n'a étudié la nature de l'évolution de l'écoulement dans un diffuseur conique : profil de vitesses moyennes, profil de vitesses turbulentes, bilan d'énergie de l'écoulement moyen, bilan d'énergie de l'écoulement turbulent, en plusieurs sections du diffuseur et pour plusieurs nombres de Reynolds moyens calculés sur le rayon de la section d'entrée. Le présent travail a donc pour but d'étudier les principaux aspects de l'écoulement avec gradient de pression positif.

Le premier chapitre comprend, en plus d'une analyse bibliographique générale, l'analyse détaillée des ouvrages les plus fondamentaux : les premiers traitent de l'écoulement moyen et de l'évolution des couches limites [Furuya, Robertson, Ross, Fraser], les suivants traitent de l'écoulement turbulent et du bilan d'énergie [Klebanoff, Laufer].

Le second chapitre comprend l'étude théorique du développement de la couche limite turbulente dans un écoulement avec gradient de pression positif. [Schlichting].

Le troisième chapitre comprend la description des installations, des appareillages, des méthodes de mesure utilisées et, notamment, la technique du fil chaud.

Le quatrième chapitre, enfin, comprend les résultats de mesure, leur comparaison avec des résultats déjà connus et une recherche d'interprétation nouvelle. En plus de l'analyse fine des écoulements moyen et turbulent nous consacrons un paragraphe au fonctionnement global du diffuseur : tout ce qui concerne notamment les coefficients de récupération et rendement de diffuseurs [Campmas].

NOTATIONS

a ..... Constante.

b ..... Constante.

c ..... Coefficient de récupération du diffuseur.

k ..... Nombre d'onde.

n ..... Constante.

n ..... Fréquence.

p ..... Pression fluctuante.

q ..... Débit partiel.

r ..... Distance à partir du centre de la section.

t ..... Temps.

u ..... Composante fluctuante de la vitesse (suivant l'axe du diffuseur).

v ..... Composante fluctuante de la vitesse (suivant l'axe y).

w ..... Composante fluctuante de la vitesse (suivant l'axe z).

x ..... Distance à partir de la section d'entrée.

y ..... Distance à partir de la paroi.

y^* ..... Rapport du rayon de la section considérée au rayon de la section où la couche limite prend naissance.

z ..... Direction perpendiculaire au plan Oxy.

A ..... Constante.

C_f ..... $= \dfrac{2}{\rho} \dfrac{\tau_p}{(U_{max})^2} = 2\left(\dfrac{U_f}{U_{max}}\right)^2$.

C_p ..... Coefficient de pression : $C_p = \dfrac{p - p_0}{\dfrac{1}{2}\rho(U_{max_0})^2}$.

D ..... Diamètre.

D ..... Paramètre de couche limite : $\left(\dfrac{U}{U_{max}}\right)_{y=\delta_2} = 0{,}89 - 0{,}68\ D$.

$\overline{\overline{D}}$ ..... Tenseur des déformations.

G ..... Exposant.

H ..... Paramètre de forme.

H′ ..... Paramètre d'énergie : $H' = \dfrac{\delta_3}{\delta_2}$.

K ..... Constante : $K = \left(\dfrac{U}{U_{max}}\right)_{y=\delta_2}$.

L ..... Longueur.

P ..... Pression statique moyenne.

R ..... Rayon de la section.

R_f ..... Résistance de fonctionnement de l'anémomètre à fil chaud.

$\mathcal{R}$ ..... Nombre de Reynolds.

S ..... Section.

U_m ..... Vitesse de débit dans une section.

U ..... Vitesse suivant l'axe du diffuseur.
U_f ..... Vitesse de frottement.
V ..... Vitesse suivant l'axe y.
V ..... Différence de potentiel.
W ..... Vitesse suivant l'axe z.
α ..... Coefficient d'énergie cinétique.
γ ..... Coefficient adiabatique de la dynamique des gaz.
δ ..... Épaisseur de couche limite.
δ_1 ..... Épaisseur de déplacement.
δ_2 ..... Épaisseur de quantité de mouvement.
δ_3 ..... Épaisseur d'énergie cinétique.
Γ ..... Paramètre caractéristique du gradient de pression :

$$\Gamma = \frac{\delta_2}{U_{max}} \frac{dU_{max}}{dx} (R\delta_2)^{1/4}.$$

2θ ..... Angle de divergence.
ρ ..... Masse spécifique.
τ_p ..... Tension à la paroi : $\mu \frac{dU}{dy} = \rho (U_f)^2$.
η_1 ..... Paramètre de couche limite : $\eta_1 = 1 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^2_{y=\delta_2}$.
η ..... Rendement.
μ ..... Viscosité dynamique.
ν ..... Viscosité cinématique.
0 ..... Indice indiquant la section d'entrée.
λ ..... Défini dans le texte p. 24.
Φ et φ ..... Fonction de dissipation.

Chapitre Premier

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE DES ÉTUDES SUR LES DIFFUSEURS

A. — ÉCOULEMENT MOYEN

I. — GÉNÉRALITÉS

Quand on parcourt la littérature sur les diffuseurs on ne peut omettre de remarquer tout d'abord la multitude de définitions du rendement.

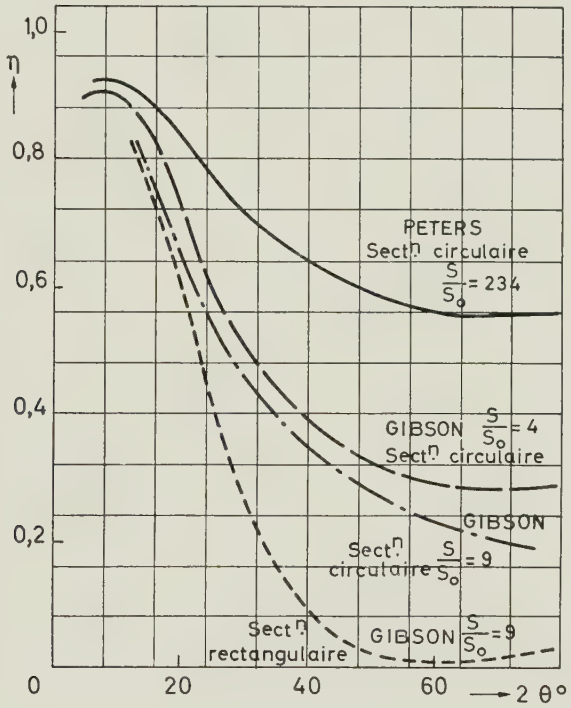


Fig. 1.

Celle qui nous semble la plus logique est :

$$\eta = \frac{\int_{\text{section sortie}} PU\,dS - \int_{\text{section entrée}} PU\,dS}{\int_{\text{section entrée}} \frac{\rho}{2}(U^2 + V^2 + W^2)\,U\,dS - \int_{\text{section sortie}} \frac{\rho}{2}(U^2 + V^2 + W^2)\,U\,dS}.$$

En 1931 Patterson [1_a] fit un résumé assez complet des résultats des travaux qui lui étaient antérieurs; il précise les points suivants (voir *fig.* 1) :

— le domaine d'angle de divergence pour lequel un diffuseur de révolution fonctionne avec un bon rendement est de $5^o < 2\theta < 8^o$;

TABLEAU I

Auteurs	Critère de décollement	Équation auxiliaire à utiliser avec l'équation de quantité de mouvement de Von KARMAN : $\frac{d\delta_2}{dx} = (H+2)\frac{\delta_2}{U}\frac{dU}{dx} = \frac{\tau_p}{\rho U^2}$	Remarques
BURI, 1931 [6_a]	$\Gamma = -0{,}06$	Aucune explicitement. L'équation de Von KARMAN est modifiée par : $\frac{d}{dx}[(\mathcal{R}_{\delta_2})^{1/4}\,\delta_2] = a - b\Gamma$	Γ n'est pas vraiment un paramètre caractéristique de la forme du profil de vitesses.
GRUSCHWITZ, 1931 [7_a]	$\eta \geqslant 0{,}8$	$-\frac{\delta_2}{U^2_{max}}\frac{d\,(U^2_{max}\,\eta)}{dx} = 0{,}00894\,\eta - 0{,}00461$	Ne comprend aucun effet du nombre de Reynolds; basé sur des résultats expérimentaux pour : $10^3 < \mathcal{R}_{\delta_2} < 4.10^3$
KEHL, 1943 [8_a]		$-\frac{\delta_2}{U^2_{max}}\frac{d\,(U^2_{max}\,\eta)}{dx} = 0{,}00894\,\eta - \frac{0{,}0164}{\log_{10}\mathcal{R}_{\delta_2}} + \frac{0{,}85}{\mathcal{R}_{\delta_2} - 300}$	C'est la méthode de Gruschwitz étendue pour tenir compte des effets du nombre de Reynolds. Elle est basée sur des résultats expérimentaux avec : $10^3 < \mathcal{R}_{\delta_2} < 3{,}5.10^4$.
VON DOENHOFF et TÉTERVIN, 1943 [9_a]	$1{,}8 < H < 2{,}6$	$\delta_2\frac{dH}{dx} = \left[-2{,}035\,(H-1{,}286) - \frac{2}{\frac{\tau_0}{\rho U^2_{max}}}\frac{\delta_2}{U_{max}}\frac{dU_{max}}{dx}\right] e^{4{,}680\,(H-2{,}975)}$	Relation empirique. Basée sur des expériences faites dans le domaine : $10^3 < \mathcal{R}_{\delta_2} < 7.10^4$
GARNER, 1944 [10_a]	$H = 2{,}6$	$\delta_2\frac{dH}{dx} = \left[-\frac{0{,}0135\,(H-1{,}4)}{(\mathcal{R}_{\delta_2})^{1/6}} - \frac{\delta_2}{U_{max}}\frac{dU_{max}}{dx}\right] e^{5\,(H-1{,}4)}$	Principalement basée sur les mêmes données que Von DOENHOFF et TÉTERVIN.
TÉTERVIN et LIN, 1950 [11_a]		$\delta_2\frac{dH}{dx} = -\frac{H\,(H+1)\,(H^2-1)}{2}\frac{\delta_2}{U_{max}}\frac{dU_{max}}{dx} + H\,(H^2-1)\frac{\tau_0}{\rho U^2_{max}} - (H+1)\,(H^2-1)\int_0^1 \frac{\tau}{\rho U^2_{max}}\,d\left(\frac{y}{\delta}\right)$	Obtenue théoriquement mais manque d'information sur les forces de frottement pour obtenir des solutions numériques.

— le rapport entre la section de sortie et la section d'entrée ne doit pas être trop grand;

— une conduite cylindrique de longueur $2\,D_{max} < L < 6\,D_{max}$ placée à la suite du diffuseur récupère de la pression;

— le nombre de Reynolds de l'écoulement ne joue aucun rôle quand il est compris entre $0{,}5 \times 10^5$ et $2{,}5 \times 10^5$;

— une rotation en bloc de l'écoulement $\left(\frac{U}{r} = C^{te}\right)$ améliore toujours le rendement tandis qu'une rotation de type vortex $(Ur = C^{te})$ semble avoir un effet défavorable, sauf pour les très faibles rotations;

— l'épaississement de la couche limite à l'entrée du diffuseur diminue son rendement.

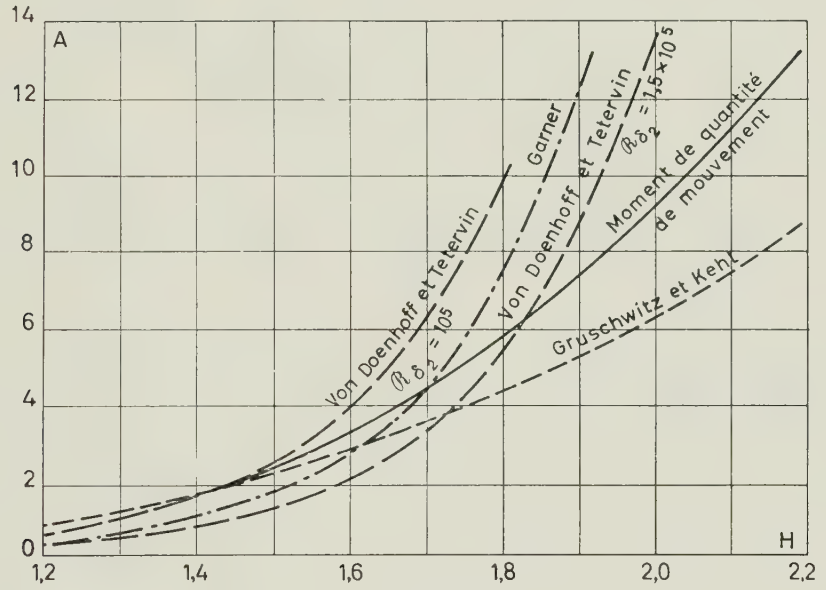


Fig. 2.

En 1950 Goethals [2_a] préconise l'utilisation de diffuseurs courts à grand angle à condition d'y ajouter des fentes de soufflage ou d'aspiration bien réglées.

Plus tard Vadot [3_a] et Kaufmann [4_a] firent des recherches sur l'écoulement avec rotation des diffuseurs de turbines hydrauliques.

En 1951 Granville [5_a] fit une communication intéressante, résumant dans le tableau I que nous représentons ici toutes les méthodes de calcul des couches limites turbulentes.

Toutes ces équations sont de la forme :

$$\delta_2 \frac{dH}{dx} = -\frac{A}{U}\frac{\delta_2}{dx}\frac{dU}{dx} - B.$$

A et B étant des fonctions de H. Nous en donnons les variations sur les *figures* 2, 3 et 4.

Par la suite URAM [12$_a$], ROBERTSON [13$_a$], CLAUSER [14$_a$], ROSS [15$_a$], FRASER [16$_a$] et FURUYA [17$_a$] ont fait des recherches très intéressantes sur le développement de la couche limite turbulente avec ou sans gradient de pression. Nous allons analyser complètement les ouvrages des auteurs qui nous ont paru le mieux représenter les idées actuelles sur les couches limites avec ou sans gradient de pression longitudinal.

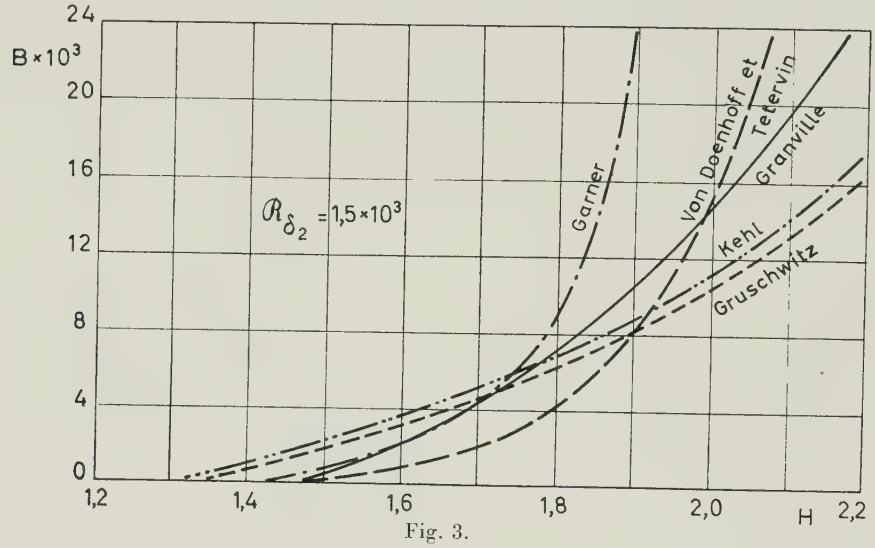


Fig. 3.

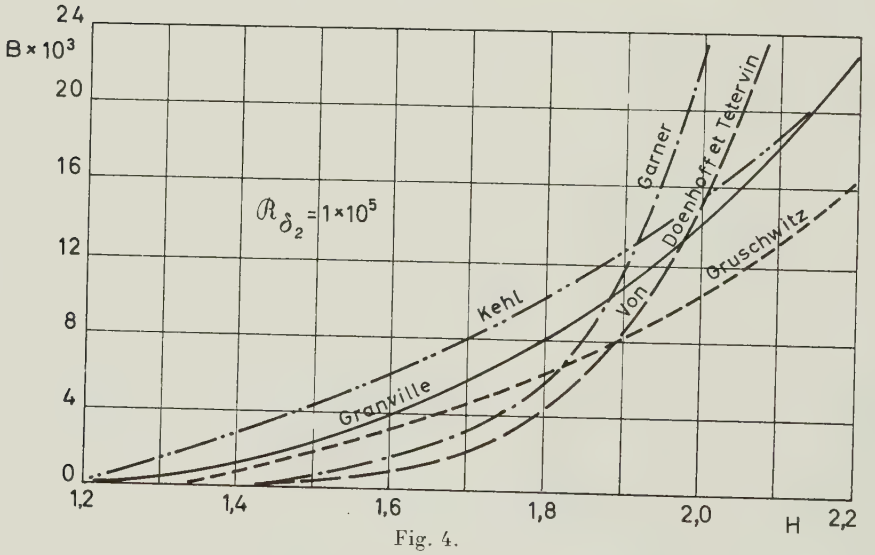


Fig. 4.

II. — ANALYSE DÉTAILLÉE DES TRAVAUX DE FURUYA RELATIFS A LA COUCHE LIMITE TURBULENTE DANS LES DIVERGENTS [17$_a$]

Ces mesures ont été faites sur plusieurs diffuseurs d'angles différents à forme plane ou conique suivant les cas, mais toujours sur parois lisses. L'écoulement est turbulent et le problème de la couche limite apparaît important du fait qu'il est lié au phénomène de décollement.

Au voisinage de la paroi la distribution de vitesses peut toujours s'exprimer par une relation de la forme :

$$\frac{U}{U_f} = a + b \log_{10} \frac{U_f\, y}{\nu}.$$

L'auteur donne le tableau II résumant les diverses valeurs de a et b que l'on peut trouver dans la littérature.

TABLEAU II

a	b	Auteur	Conditions expérimentales
4,90	5,60	CLAUSER [14$_a$]	Couche limite bidimensionnelle avec gradient de pression positif
5,10	5,75	COLES [18$_a$]	Couche limite bidimensionnelle avec gradient de pression positif
5,50 5,57	5,75 5,87	PRANDTL [19$_a$]	Écoulement en conduite Écoulement en conduite
4,07	5,93	SCHULTZ-GRUNOW [20$_a$]	Couche limite bidimensionnelle sans gradient de pression.
4,40	5,75	FURUYA [17$_a$]	Écoulement en diffuseur.

Il faut noter que l'application de cette formule se réduit à des régions de plus en plus restreintes au fur et à mesure que la pression croît.

Par souci de simplification on remplace souvent l'équation logarithmique par l'équation puissance :

$$\frac{U}{U_f} = A\left(\frac{U_f\, y}{\nu}\right)^n.$$

Dans un certain domaine du nombre de Reynolds on pourra même écrire :

$$\frac{U}{U_{max}} = K\left(\frac{y}{\delta_2}\right)^n.$$

Il faut noter que les valeurs de $K = \left(\frac{U}{U_{max}}\right)_{y=\delta_2}$ se groupent sur une courbe unique quand on les note en fonction de $H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$; les paramètres H et K sont liés par :

$$H = 1{,}3 + 1{,}3\,(0{,}7 - K) + 3\,(0{,}7 - K)^2.$$

Le décollement apparaît pour H = 1,8 ou K = 0,45.

L'effort de frottement :

$$\frac{\tau_p}{\rho U_{max}^2} = A^{\frac{-2}{n+1}} K^{\frac{2}{n+1}} \left(\frac{U_{max}\, \delta_2}{\nu} \right)^{-\frac{2n}{n+1}}.$$

Ludwieg-Tillmann donne cette formule avec les coefficients numériques suivants

$$\frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho U_{max}^2} = 0{,}246 \times 10^{-0{,}678\, H} (\mathcal{R}_{\delta_2})^{-0{,}268}.$$

Les mesures confirment bien ces coefficients.

L'équation de quantité de mouvement dans la couche limite pour un écoulement bidimensionnel s'exprime par :

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y};$$

en supposant l'existence d'un écoulement potentiel à l'extérieur de la couche limite on pose :

$$U \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx}.$$

L'équation de continuité est :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0.$$

Introduisant l'expression de la répartition des vitesses sous forme puissance dans ces équations l'auteur obtient, toutes simplifications faites, une expression de la forme :

$$X = \frac{-\Gamma - Z}{L}$$

avec :

$$X = -(\mathcal{R}_{\delta_2})^{\frac{2n}{n+1}} \delta_2 K \frac{dK}{dx} + nK^2 (\mathcal{R}_{\delta_2})^{\frac{2n}{n+1}} \frac{d\,\delta_2}{dx} - \delta_2 (\mathcal{R}_{\delta_2})^{\frac{2n}{n+1}} \frac{K^2}{U} \frac{dU}{dx},$$

$$\Gamma = \delta_2 (\mathcal{R}_{\delta_2})^{\frac{2n}{n+1}} \frac{1}{U} \frac{dU}{dx},$$

$$Z = \frac{\tau_p}{\rho U^2} (\mathcal{R}_{\delta_2})^{\frac{2n}{n+1}} \frac{(\tau - \tau_p)}{\tau_p},$$

$$L = \frac{1}{(n+1)(2n+1)}.$$

X représente l'inertie ; Γ la pression ; Z le frottement.

La *figure* 5 présente des valeurs expérimentales de X en fonction de Γ, résultats de mesure de Gruschwitz, Doenhoff, Teterwin, Schubaner, en prenant $n = \frac{1}{7}$ donc $(\mathcal{R}_{\delta_2})^{1/4}$.

Tous les points se trouvent relativement groupés et situés à droite de la droite Z = 0. D'après la relation $X = \frac{-\Gamma - Z}{L}$ on voit que la valeur du terme de cisaillement

Z est égale à la distance entre le point de mesure et la droite Z = 0 mesurée parallèlement à l'axe des abscisses — Γ. Comme Z croît lorsque K diminue on peut supposer l'existence

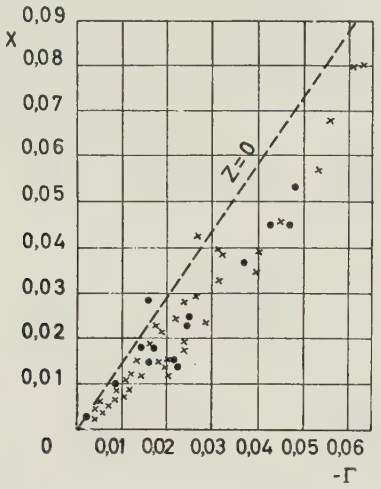


Fig. 5.

d'une relation entre K et Z. Par contre on a vérifié expérimentalement qu'il n'existe aucune relation entre H et Γ.

III. — ANALYSE DÉTAILLÉE DES TRAVAUX DE ROBERTSON, ROSS, FRASER, RELATIFS AU PARTAGE DE LA COUCHE LIMITE EN PLUSIEURS ZONES. — ÉPAISSEUR DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT. — DÉCOLLEMENT

[13$_a$], [15$_a$], [16$_a$], [21$_a$], [22$_a$]

La couche limite est partagée en trois régions possédant chacune des lois d'écoulement bien distinctes (*fig.* 6) :

— sur 10 % de l'épaisseur à partir de la paroi les effets prépondérants sont dus aux conditions locales de la paroi (région dite interne);

— sur les 75 % de l'épaisseur du côté extérieur l'histoire spatiale de l'écoulement a l'influence prépondérante (région dite externe);

— entre ces deux régions existe une zone de transition dans laquelle l'écoulement est très complexe.

Région interne.

La majorité de l'écoulement moyen se transforme en énergie turbulente et d'énergie turbulente en chaleur. La production de turbulence est supérieure à la dissipation.

Équation de la vitesse :

$$\frac{U}{U_f} = 5{,}6 + 5{,}6 \log_{10} \frac{yU_f}{\nu}$$

avec : $\frac{y\dot{U}_f}{\nu} > 20$ et $\frac{y}{\delta} < 0{,}1.$

Région externe.

Il y a dans cette région à la fois production et dissipation de turbulence, mais c'est en général la dissipation qui prédomine. Les phénomènes d'intermittence deviennent très importants.

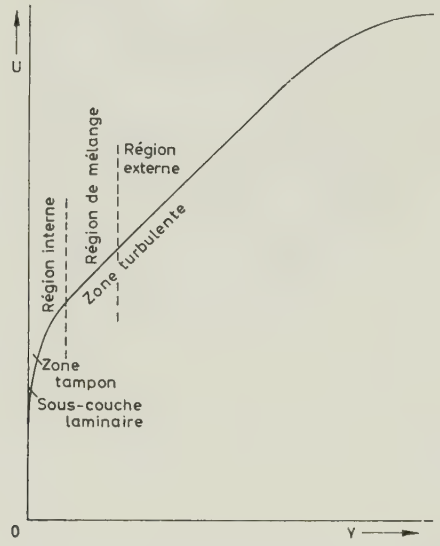


Fig. 6. — Division de la couche limite en trois régions.

Équation de la vitesse :

$$1 - \frac{U}{U_{max}} = D\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{3/2}$$

avec : $0{,}3 < D \leqslant 1{,}3$ (décollement)

et : $$\frac{\delta}{\delta_2} = \frac{20}{(8 - 5\,D)\,D}$$

ou encore : $$\frac{U_{\delta_2}}{U_{max}} = 0{,}90\,(1 - 0{,}68\,D).$$

Frottement a la paroi.

La force de frottement se calcule par une formule analogue à celle trouvée par Ludwieg, Tillman, Clauser et Coles :

$$C_f = \frac{2\left(\frac{U_{\delta_2}}{U_{max}}\right)^2}{\left(0{,}7 + 5 \log \frac{U_{\delta_2}}{U_{max}} \mathcal{R}_{\delta_2}\right)^2} \qquad \tau_p = C_f \frac{\rho}{2} (U_{max})^2 \qquad \text{et} \qquad U_f = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}.$$

Calcul de l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite en chaque point a partir de la connaissance dans une section origine.

L'équation intégrale de quantité de mouvement :

$$\frac{d\,\delta_2}{dx} = \frac{C_f}{2} + (2 + H)\frac{\delta_2}{\rho\,(U_{max})^2}\frac{dP}{dx},$$

applicable en écoulement laminaire, le sera aussi en écoulement turbulent à condition d'y ajouter un terme supplémentaire.

Dans le cas de gradients de pression négatifs assez importants Robertson et Ross donnent la solution approchée pour un diffuseur conique :

$$\frac{\delta_2 R}{(\delta_2)_0 R_0} = \left[\frac{(U_{max})_0}{U_{max}}\right]^{2+G},$$

$$\mathcal{R}_{\delta_2} = \frac{\delta_2 U_{max}}{\nu} = \left[\frac{(U_{max})_0}{U_{max}}\right]^{2+G} (\mathcal{R}_{\delta_2})_0 \frac{R_0}{R}.$$

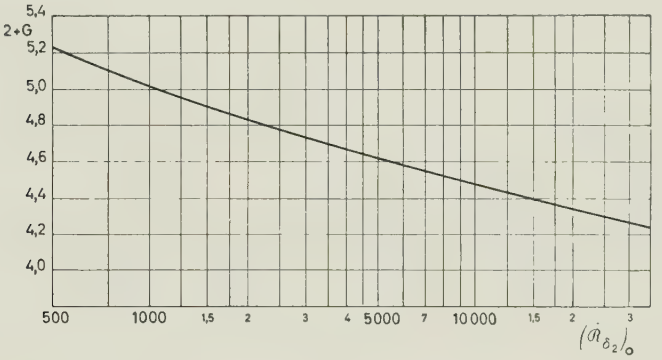


Fig. 7.

La variation de 2 + G en fonction de $(\mathcal{R}_{\delta_2})_0$ est donnée *figure* 7, elle est d'ailleurs la même que dans le cas bidimensionnel.

Décollement.

Ross extrapole la droite $\frac{U_{\delta_2}}{U_{max}}$ fonction de D et trouve que cette fonction s'annule pour $D \simeq 1{,}45$. Cette valeur est évidemment une limite supérieure et des expériences complémentaires ont permis d'écrire que le fluide décolle de la paroi lorsque $D = 1{,}3 \pm 0{,}1$.

On trouve dans l'article de Robertson et Ross les courbes d'évolution des paramètres H, δ_2, D, δ en fonction de x.

Calcul du vrai coefficient de frottement dans le cas ou il y a gradient de pression.

Robertson et Ross ayant étudié un certain nombre de convergents et divergents se sont aperçus que dans la région interne de la couche limite tous les profils de vitesse sont semblables, alors qu'il n'en est pas de même pour la région externe.

Ils ont ainsi été amenés à poser :

$$U = U_{frottement} + U_{pression}.$$

Plus explicitement en exprimant chaque terme :

$$\frac{U}{U_{max}} = \frac{U'_{max}}{U_{max}} + \frac{1}{k}\sqrt{\frac{C_f}{2}} \operatorname{Log} \frac{y}{\delta} + A \frac{y}{\delta}$$

avec $k = 0{,}4$, terme de turbulence.

U'_{max} étant le maximum de vitesse dû au frottement à $y = \delta$, et puisque :

$$1 = \frac{U'_{max}}{U_{max}} + A \qquad \text{à} \qquad y = \delta,$$

on écrit :

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - A + \frac{1}{k}\sqrt{\frac{C'_f}{2}}\,\mathrm{Log}\,\frac{y}{\delta} + A\,\frac{y}{\delta}$$

$$\tau_p = \frac{1}{2}\,\rho\,(U'_{max})^2\,C'_f = \frac{C'_f}{2}\,\rho\,(U_{max})^2\,(1 - A)^2.$$

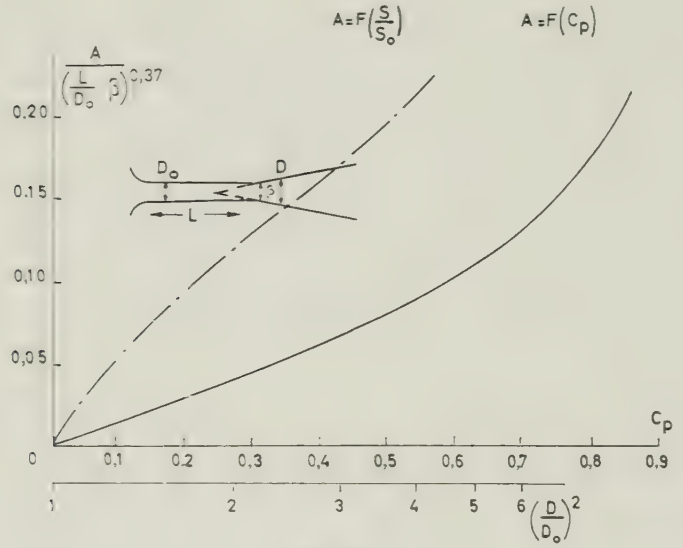


Fig. 8.

C_f est alors le véritable coefficient de frottement indépendant de la pression et l'on a :

$$C_f = C'_f\,(1 - A)^2.$$

La valeur de A est donnée sur la *figure* 8 comme fonction soit du coefficient de pression soit du rapport de section.

B. — ÉCOULEMENT TURBULENT

Bilan d'énergie

I. — GÉNÉRALITÉS

La turbulence étant à la base des problèmes d'écoulement en conduite, de récupération et de perte d'énergie, de décollements, etc., une étude de l'écoulement dans un diffuseur doit obligatoirement considérer les phénomènes turbulents et ne pas se contenter d'une étude d'écoulement moyen.

Les théories de Prandtl et Karman basées sur la notion de longueur de mélange ont été analysées par Batchelor [1_b] à propos de l'écoulement turbulent dans un sillage. Pour tous les problèmes relatifs à la turbulence il faut noter l'étude très complète d'Agostini L. et Bass J. [2_b].

La turbulence des écoulements à gradient de vitesse (shear flow) est plus complexe puisqu'elle fait intervenir des phénomènes tels que production d'énergie turbulente à partir de l'écoulement moyen, diffusion d'énergie turbulente, etc. L'exploration de la couche limite le long d'une plaque plane dans le cas d'un gradient de pression nul a été faite par Townsend [3_b], Klébanoff et Diehl [4_b], puis dans le cas d'un gradient de pression en opposition (adverse) par Schubauer et Klébanoff [5_b], Clauser [6_b]. Les phénomènes d'intermittence qui viennent compliquer l'étude de la couche limite ont été particulièrement bien mis en évidence par Corrsin [7_b] dans les jets, puis par Townsend [8_b] dans les sillages. Laufer [9_b] étudie d'abord l'écoulement dans un canal bidimensionnel puis dans un tuyau. En 1956, J. P. Milliat [10_b] étudie l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel alimenté en régime uniforme nettement établi.

Conservant le même plan que pour l'étude de l'écoulement moyen nous allons maintenant analyser complètement les articles qui nous ont paru le mieux représenter les idées fondamentales de la turbulence et les bilans d'énergie.

II. — ANALYSE DÉTAILLÉE DU TRAVAIL DE KLÉBANOFF SUR LES CARACTÉRISTIQUES DE LA TURBULENCE DANS UNE COUCHE LIMITE SANS GRADIENT DE PRESSION [16_b]

La recherche de l'auteur a porté sur trois points :

— l'intermittence et ses effets à la limite de la couche limite;

- le bilan d'énergie;

— la distribution spectrale de l'énergie turbulente et de la force de frottement.

Les essais sont faits sur plaque plane recouverte partiellement de sable de façon à épaissir la couche limite. Dans la section explorée, la couche limite est complètement établie.

La couche limite turbulente a un contour aigu constamment remanié. Elle peut être partagée en trois régions (interne, externe, intermédiaire). La région proche de la paroi est très importante : en effet 85 % de la dissipation totale (visqueuse et turbulente) prend place dans le domaine $y_f < 30$ $\left(\text{avec } y_f = \dfrac{y\sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}}{\nu} \right)$. La production et la dissipation d'énergie turbulente y atteignent un maximum aigu; il existe un courant d'énergie de l'intérieur vers la paroi dû aux forces de pressions. Les théories relatives aux spectres d'énergie en turbulence isotrope peuvent être appliquées dans la région externe mais les résultats s'inversent près de la paroi. Très près de la paroi l'énergie turbulente produite est directement dissipée sans transfert d'énergie.

Bilan d'énergie.

L'équation d'énergie dans une couche limite bidimensionnelle s'écrit :

$$\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left[\overline{u^2v} + \overline{v^3} + \overline{vw^2}\right] + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left[\overline{pv}\right] + \frac{1}{2}U\frac{\partial}{\partial x}\left[\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}\right] + \frac{1}{2}V\frac{\partial}{\partial y}\left[\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}\right] - \nu\left[\overline{u\nabla^2 u} + \overline{v\nabla^2 v} + \overline{w\nabla^2 w}\right] = 0,$$

De la gauche vers la droite les termes successifs ont la signification suivante :

— production d'énergie turbulente à partir du mouvement moyen;
— diffusion d'énergie turbulente;
— diffusion d'énergie de pression;
— convection d'énergie turbulente par la composante x du mouvement moyen;
— convection d'énergie turbulente par la composante y du mouvement moyen;
— dissipation d'énergie turbulente.

Corrsin a fait remarquer que le terme visqueux n'était pas le vrai terme de dissipation; cependant, comme il l'est en fait dans la plus grande partie de la couche limite si non dans la totalité, nous conservons ici cette dénomination. Le terme de dissipation peut s'écrire sous une forme plus expressive :

$$\frac{d^2}{dy^2}\frac{(\overline{u}^2 + \overline{v}^2 + \overline{w}^2)}{2} - \nu\left[\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2}\right];$$

quand on ne peut pas mesurer une dérivée on se sert des relations d'isotropie :

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = 2\overline{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2},$$

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} = 2\overline{\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2};$$

on termine la courbe très près de la paroi $0 < y/\delta < 0{,}01$ en supposant que la dissipation est égale à la production.

Ces résultats sont résumés sur la *figure* 9 où l'on voit l'influence considérable de la région près de la paroi.

L'influence du C_f apparaît sous la forme U_f et l'influence du nombre de Reynolds sous la forme U_{max}.

Spectre d'énergie.

Le concept de base relatif au développement du domaine de la turbulence homogène et isotrope suppose que l'énergie sous forme de gros tourbillons est transformée, par l'intermédiaire du spectre d'énergie, en tourbillons plus petits qui permettent finalement la dissipation.

Klébanoff établit des courbes représentant les spectres en $\overline{u}^2$, en $\overline{v}^2$, et en $\overline{uv}$ dans les diverses régions de la couche limite.

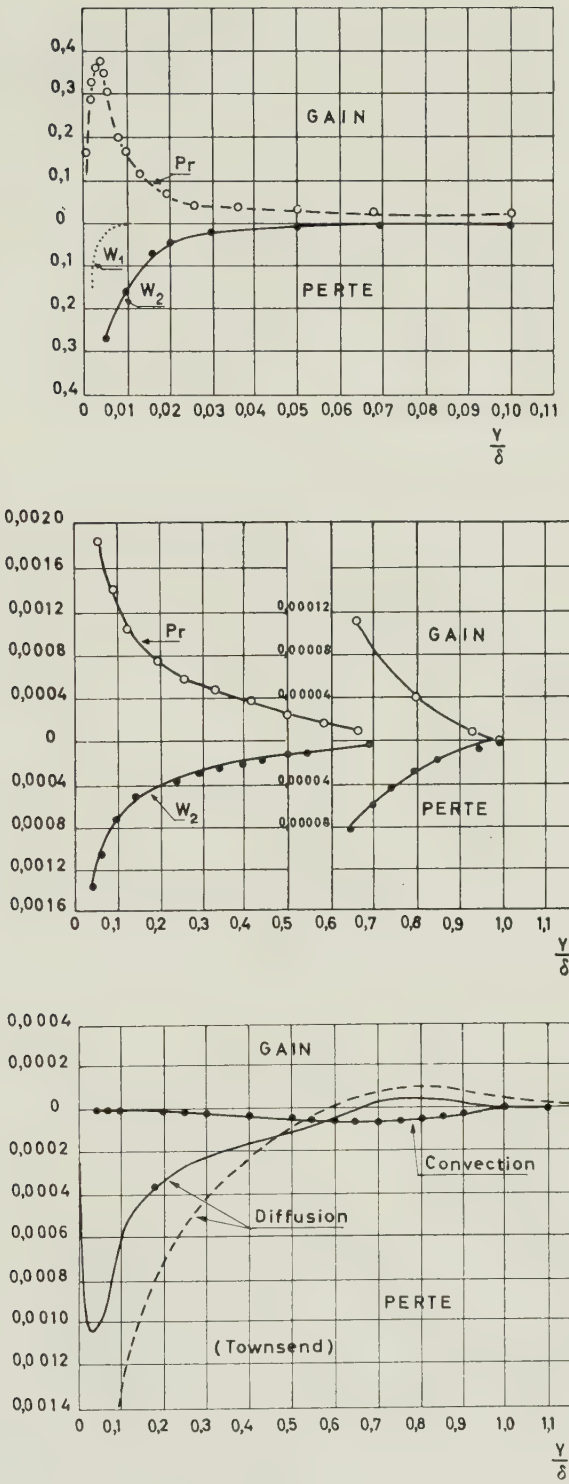


Fig. 9.

$$P_r = \frac{\delta\,\overline{uv}}{U_{max}^3}\frac{dU}{dy}\,; \qquad W_1 = \frac{\delta\nu}{U_{max}^3}\frac{d^2}{dy^2}\left(\frac{u^2+\overline{v}^2+\overline{w}^2}{2}\right); \qquad W_2 = \frac{\delta\nu}{U_{max}^3}\left[\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} + \cdots\right].$$

2

III. — ANALYSE DÉTAILLÉE DU TRAVAIL DE LAUFER SUR LA STRUCTURE DE LA TURBULENCE D'UN ÉCOULEMENT ÉTABLI DANS UN TUYAU [9$_b$]

Les mesures ont été faites dans un tuyau en régime établi à des vitesses de l'ordre de 10 à 100 feet/s (3 à 30 m/s). L'auteur montre que les taux de production d'énergie turbulente, dissipation et diffusion ont des maximums aigus près de la limite de la sous-couche laminaire, qu'il existe un fort courant d'énergie cinétique venant de ce point et un fort courant de pression allant vers lui.

Du point de vue de la structure de la turbulence le domaine d'écoulement peut être partagé en trois zones :

1° proximité de la paroi où production, diffusion et action visqueuse sont toutes d'égale importance;

2° région centrale du tuyau où la diffusion d'énergie est prépondérante;

3° zone intermédiaire entre les deux précédentes où le taux loçal d'échange d'énergie turbulente est supérieur à l'énergie reçue par action diffusive.

Les mesures ont été faites dans un tuyau de 10 inch (25 cm); deux nombres de Reynolds ont été envisagés, calculés sur le diamètre du tuyau et la vitesse au centre : $\mathcal{R} = 500\,000$ et $\mathcal{R} = 50\,000$.

Équations du mouvement dans un tuyau.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial (rV)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial \varphi} = 0 \qquad (\varphi \text{ est l'azimut du point}).$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r}\frac{\partial U}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - \left(\frac{\partial}{\partial x}\overline{u^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\overline{ruw} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\overline{uw}\right) + \nu\nabla^2 U$$

en tenant compte des conditions aux limites et après avoir effectué toutes les simplifications possibles on a :

$$\overline{uw} = \nu\frac{dU}{dr} + \frac{r}{R}(U_\tau)^2,$$

$$\overline{v^2} + \int_R^r \frac{\overline{v^2} - \overline{w^2}}{r}\,dr = -\frac{P}{\rho} - \frac{2}{R}U_\tau^2 x.$$

L'équation d'énergie s'écrit :

$$\overline{uv}\frac{dU}{dr} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\overline{rv\left(\frac{u^2+v^2+w^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right)} = \frac{\nu}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d}{dr}\overline{\frac{u^2+v^2+w^2}{2}} - \nu\overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)}$$

les u_i se réfèrent aux trois composantes de la vitesse; les x_j aux trois coordonnées.

Cette équation est semblable a celle obtenue sur plaque plane, paragraphe II.

Bilan d'énergie moyenne.

$$\frac{r}{R}\cdot U_\tau^2\frac{dU}{dr} = \overline{uw}\frac{dU}{dr} - \nu\left(\frac{dU}{dr}\right)^2.$$

L'énergie utilisable du fait de la chute de pression le long du tuyau est en partie

convertie en énergie turbulente et en partie dissipée directement. Les deux termes du membre de droite de l'équation précédente ont été comparés (*fig.* 10) :

$$W_\mu = \frac{\nu^2}{U_\tau^4}\left(\frac{dU}{dr}\right)^2, \qquad P_r = \frac{\overline{uv}}{U_\tau^4}\frac{dU}{dr}.$$

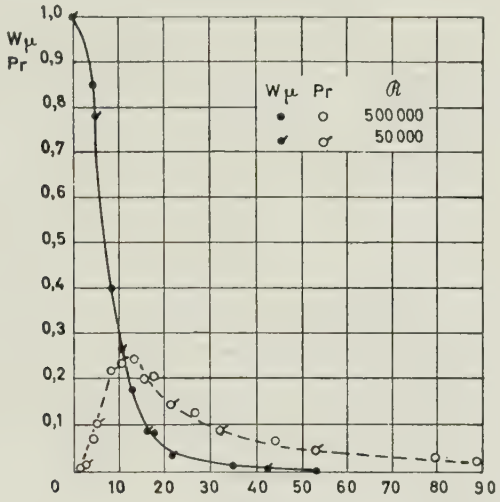


Fig. 10.

1. — Le volume de dissipation visqueuse directe prend place dans une région très étroite :

$$y\frac{U_\tau}{\nu} < 15.$$

2. — Le point où la force de frottement laminaire est égale à la force de frottement turbulent (dissipation visqueuse égale à production turbulente) se trouve approximativement au même endroit que le point où apparaît le maximum d'énergie produite; on a alors :

$$y\frac{U_\tau}{\nu} = 11{,}5.$$

Ce point est en général considéré comme le bord de la sous-couche laminaire.

Bilan d'énergie turbulente.

Laufer donne un graphique représentant les variations de tous les taux d'énergie.

1. — Dans toute la section, sauf dans la partie centrale, le taux de production d'énergie en un point est approximativement équilibré par le taux de dissipation d'énergie.

2. — Tous les taux des différentes formes d'énergie atteignent un maximum aigu à la limite de la sous-couche laminaire.

3. — Cette limite semble aussi être la région à partir de laquelle l'énergie cinétique turbulente diffuse à la fois vers le centre du tuyau, vers la paroi et vers le point où l'énergie de pression est transportée.

Le doute demeure sur la direction de la diffusion de pression dans la région centrale du tuyau.

C. — RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

I. — RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES RELATIVES A LA DIVISION A

[1_a] Patterson G. W. — *Projet d'un diffuseur moderne*, Traduction E.D.F., n° 575.

[2_a] Goethals R. — *Note au sujet des rendements des diffuseurs.* Groupe d'études aéronautiques de la Sorbonne, n° 5, mars-avril 1946. — *Contribution à l'étude des diffuseurs en vue de l'application aux souffleries subsoniques.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T. n° 243, 1950.

[3_a] Vadot L. — *Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les diffuseurs de turbines.* Thèse.

[4_a] Kaufmann. — *Influence exercée sur la couche limite dans les diffuseurs des machines hydrauliques et turbomachines.* Traduction E.D.F., n° 573.

[5_a] Granville P. S. — *A method for the calculation of the turbulent boundary layer in a pressure gradient.* David Taylor Model Basin, report 752, May 1951.

[6_a] Buri A. — *A method of calculation for the turbulent boundary layer with accelerated and retarded basic flow.* (British) Ministry of Aircraft production R.I.P. Translation 2073 (from thesis 652, Federal Technical College, Zurich, 1931).

[7_a] Gruschwitz E. — *Die turbulente Reibungsschicht in ebener Strömung bei Druckabfall und Druckanstieg* (The turbulent boundary layer in plane flow with pressure rise and fall) Ingénieur-Archiv., vol. II, n° 3, Septembre 1931.

[8_a] Kehl A. — *Investigations of convergent and divergent turbulent boundary layers.* (British) Ministry of Aircraft production R.I.P. Translation 2035 (from Ingénieur-Archiv. vol. XIII, n° 5, 1943).

[9_a] Von Doenhoff and Tétervin W. — *Determination of general relations for the behavior of turbulent boundary layers*, N.A.C.A. report 772, 1943.

[10_a] Garner, H. E. — *The development of turbulent boundary layers* (British) Aeronautical research council R and M 2133, June 1944.

[11_a] Tétervin, N. and Lin C. C. — *A general integral form of the boundary layer equation for incompressible flow with an application to the calculation of the separation point of turbulent boundary layers.* N.A.C.A. TN 2158, August 1950.

[12_a] Uram E. M. — *Investigation of the growth of an axisymetric turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient.* M.S. Thesis Pennsylvania State College, June 1953.

[13_a] Robertson J. M. et Ross D. — *A superposition analysis of the turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient.* Journal of Applied Mechanics, March 1951. — *An empirical method for calculation of the growth of turbulent boundary layers.* Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 21, n° 5, 1954.

[14_a] Clauser. — *Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.* Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 21, 1954.

[15_a] Ross. — *A new approach to turbulent boundary layer problems.* Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of American Society of Civil Engineers, January 1955. — *A physical approach to turbulent boundary layer problems.* Transactions A.S.C.E., vol. 121, 1956.

[16_a] Fraser H. — *The turbulent boundary layer in a conical diffuser.* Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Juin 1958.

[17_a] Furuya. — *Etude de la couche limite turbulente en écoulement divergent.* Traduction E.D.F., n° 709. Extrait de transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers vol. 22, n° 121, Septembre 1956. — *Experiments and theory on flow in the diffuser.* Memoirs of the Faculty of Engineering Nagoya University, vol. 10, n° 1, May. 1958.

[18_a] Coles D. — *The law of the wake in the turbulent boundary layer.* G.A.L.C.I.T. Rep., 20 Décember, 1955.

[19_a] Prandtl L. — *Über den Reibungwiderstand strömender Luft.* Ergebnisse d. Aerod. Versuchsanst. zu Göttingen IV, Lieferg, 1930.

[20_a] Schultz-Gruwow F. — *Neues Widerstandsgesetz für glatten Platten.* Luftfahrtforschung Bd 17, 1940.

[21_a] Robertson J. M. et Fraser H. — *Separation prediction for conical diffusers.* Paper n° 59, Hyd., 14, May 1959.

[22_a] Robertson J. M. et Holl J. W. — *Effect of adverse pressure gradients on turbulent boundary layers in axisymmetric conduits.* Journal of Applied Mechanics.

II. — RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES RELATIVES A LA DIVISION B

[1_b] Batchelor G. K. — *Note on free turbulent flows, with special reference to the two dimensional wake.* Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 17, n° 7, juillet 1950. — *The theory of homogeneous turbulence.* Cambridge University Press, 1953.

[2_b] Agostini L. et Bass J. — *Les théories de la turbulence.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 237, 1950.

[3_b] Townsend A. A. — *The structure of the turbulent boundary layer.* Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 47, avril 1951.

[4_b] Klébanoff P. S. et Diehl T. W. — *Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient.* N.A.C.A. Technical Note 2475, octobre 1951.

[5_b] Schubauer B. et Klébanoff P. S. — *Investigation of separation of the turbulent boundary layer.* N.A.C.A. Technical Note 2133, août 1950.

[6_b] Clauser F. H. — *Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.* Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 21, n° 2, février 1954.

[7_b] Corrsin S. — *Investigation of flow in a axially symmetrical heated jet of air.* N.A.C.A. W.R. W. 94, 1943.

[8_b] Townsend A. A. — *The fully developped turbulent wake of a circular cylinder.* Australian Jour. Sci. Res., série A, vol. 2, n° 4.

[9_b] Laufer. — *The structure of turbulence in fully developed pipe flow.*, N.A.C.A., Washington, Report 1174, 1954.

[10_b] Milliat J. P. — *Etude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air* (thèse).

[11_b] Klébanoff. — *Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient.* N.A.C.A., Report 1247, T.N. 3118, 1955.

CHAPITRE II

ÉTUDE THÉORIQUE DE L'ÉCOULEMENT DANS UN DIFFUSEUR CONIQUE

Introduction

Nous ne donnerons dans ce chapitre que les résultats principaux relatifs à l'écoulement global dans un diffuseur. Seul, le calcul complet de l'évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite sera présenté.

I. — BILAN D'ÉNERGIE DANS UN DIFFUSEUR

Le bilan global d'énergie dans un diffuseur s'écrit :

$$\text{(I)} \qquad \boxed{\operatorname{div}\overline{\left[\frac{P+p}{\rho}+\frac{(\vec{U}+\vec{u})^2}{2}\right](\vec{U}+\vec{u})} - \nu \operatorname{div}\overline{(2\bar{\bar{D}}\vec{U}+2\bar{\bar{d}}\vec{u})} + \overline{2\nu(\Phi+\varphi)} = 0}$$

Transformation d'énergie cinétique moyenne en énergie cinétique turbulente.

Il est possible de mettre en évidence le rapport entre la perte d'énergie cinétique moyenne et l'accroissement d'énergie cinétique turbulente.

Le terme $\operatorname{div}\left[\left(\frac{p}{\rho}+\frac{\vec{u}^2}{2}\right)\vec{u}\right]$ étant petit devant les autres peut être négligé.

Si l'on intègre l'équation (I) entre la section d'entrée et la section de sortie du diffuseur on a :

$$\int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}}\left(\frac{P}{\rho}+\frac{\vec{U}^2}{2}\right)\vec{U}\vec{n}dS = -\int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}}\left[\frac{\vec{u}^2}{2}\vec{U}\vec{n}+\vec{n}(\vec{u}\otimes\vec{u})\vec{U}\right]dS + \int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}}\nu\left[2\bar{\bar{D}}\vec{U}+2\bar{\bar{d}}\vec{U}\right]\vec{n}dS + \int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}}2\nu(\Phi+\varphi)d(\text{vol.})$$

En négligeant le terme :

$$\int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}}\nu[2\bar{\bar{D}}\vec{u}+2\bar{\bar{d}}\vec{u}]\vec{n}dS$$

on obtient finalement :

$$\text{pertes en énergie moyenne} = \int_{\text{Entrée}}^{\text{Sortie}} -\left[\frac{\vec{u}^2}{2}\vec{U}\vec{n}+\vec{n}(\vec{u}\otimes\vec{u})\vec{U}\right]dS + \text{pertes réelles (chaleur)}$$

c'est-à-dire :

$$\text{pertes en énergie moyenne} = \int_{\text{Sortie}}^{\text{Entrée}} \left[u^2 + \frac{v^2}{2} + w^2 \, \mathrm{U} + u^2 \mathrm{U} \right] dS + \text{pertes réelles (chaleur)}$$

en supposant $u^2 = v^2 = w^2$ on aura :

$$\int \left(\frac{\mathrm{P}}{\rho} + \frac{\vec{\mathrm{U}}^2}{2} \right) \vec{\mathrm{U}} \, dS = \text{pertes en énergie moyenne} = \int \frac{5}{2} u^2 \mathrm{U} \, dS + \text{pertes réelles (chaleur).}$$

Cette équation est appliquée à nos résultats expérimentaux au chapitre IV.

Bilan d'énergie turbulente.

Si l'on prend uniquement les termes correspondant à l'énergie turbulente dans l'équation (I) on obtient l'expression :

$$\text{(II)} \qquad \operatorname{div}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) \vec{u} + \operatorname{div} \frac{\vec{u}^2}{2} \vec{\mathrm{U}} + \vec{u} \, [\overrightarrow{\mathrm{Grad}} \, \vec{\mathrm{U}}] \vec{u} + 2 \nu \varphi - \nu \Delta \frac{\vec{u}^2}{2} = 0$$

Signification physique de chacun des termes de cette équation :

(1) $\operatorname{div}\left(\frac{p}{\rho} \vec{u} \right)$ diffusion de pression :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (pv);$$

(2) $\operatorname{div}\left(\frac{\vec{u}^2}{2} \vec{u} \right)$ diffusion d'énergie turbulente :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u^2 v} + \overline{v^3} + \overline{w^2 v});$$

(3) $\operatorname{div}\left(\frac{\vec{u}^2}{2} \vec{\mathrm{U}} \right)$ convection d'énergie turbulente :

$$\frac{\mathrm{U}}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u^2 + v^2 + w^2}) + \frac{\mathrm{V}}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u^2 + v^2 + w^2});$$

(4) $\vec{u} \, (\overrightarrow{\mathrm{Grad}} \, \vec{\mathrm{U}}) \, \vec{u}$ production d'énergie turbulente à partir de l'écoulement moyen :

$$\overline{uv} \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial y};$$

(5) $2 \nu \varphi$ dissipation d'énergie turbulente

(6) $\nu \Delta \frac{\vec{u}^2}{2}$ diffusion visqueuse :

$$\frac{\nu \partial^2}{\partial y^2} (\overline{u^2 + v^2 + w^2}).$$

Il ne nous a malheureusement pas été possible de vérifier l'équation (II) sur notre installation expérimentale mais nous avons comparé sur les planches 1, 2, 3, 4, les résultats donnés par Laufer [9_b] et Klébanoff [11_b].

Ces deux auteurs sont en accord pour affirmer qu'à travers toute une section, sauf dans la région centrale, le taux de production d'énergie en un point est approximativement équilibré par le taux de dissipation d'énergie.

Tous les taux de dissipation d'énergie atteignent un maximum accentué près de la frontière de la couche limite laminaire-turbulente. Cette frontière apparaît comme la région à partir de laquelle l'énergie cinétique turbulente diffuse à la fois vers le centre et vers la paroi.

L'effet de la viscosité sur le champ turbulent est négligeable dans la partie centrale du tuyau étudié par LAUFER, cette partie reçoit plutôt la majeure partie de son énergie turbulente sous forme diffusive.

Dans la région intermédiaire du voisinage du centre et du voisinage de la paroi, il semble que toute l'énergie produite soit diffusée localement.

II. — CALCUL DE L'ÉPAISSEUR DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT DES COUCHES LIMITES TURBULENTES

L'équation de Von KARMAN dans le cas des écoulements axisymétriques s'écrit :

$$\frac{d}{dx}(\delta_2 R) + (H+2)\frac{\delta_2 R}{U}\frac{dU}{dx} = \frac{\tau_p R}{U^2}, \tag{1}$$

U étant la vitesse de l'écoulement potentiel.

Si l'on désigne par τ la tension totale (visqueuse + turbulente) $\int_0^{\delta} \tau \frac{\delta U}{\delta y} dy = W^* =$ travail des forces de tension dans la couche limite.

L'équation d'énergie s'écrit alors :

$$\frac{1}{U^3}\frac{d}{dx}(U^3 r\, \delta_3) = \frac{2\, W^* R}{\rho U^3}. \tag{2}$$

A partir des équations (1) et (2) on obtient :

$$(\delta_2 R)\frac{1}{R}\frac{dH'}{dx} = (H-1)H'\frac{\delta_2 R}{U}\frac{1}{R}\frac{dU}{dx} + \frac{2W}{\rho U^3} - \frac{H'\tau_p}{\rho U^3}$$

avec $H' = \frac{\delta_3}{\delta_2}$.

a) Les théories classiques (analogie avec la plaque plane sans gradient de pression, SCHLICHTING-BURI-TRUCKENBRODT) aboutissent toutes à donner l'équation d'évolution de la couche limite sous la forme :

$$\delta_2 R\left(\frac{U\,\delta_2 R}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = aU^{-\lambda}\int_{x_0}^{x} U^{\lambda} R^{1-\frac{1}{n}}\, dx.$$

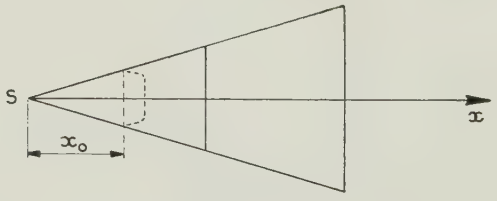


Fig. 11.

Les valeurs de a, n, λ seront précisées plus loin. x_0 est l'abscisse de la section où la couche limite commence (*fig.* 11).

Il est possible de faire apparaître dans cette équation le nombre de Reynolds caractéristique de la section 0 où la couche limite commence à se développer on aura :

$$\left(\frac{\delta_2}{x_0}\right)^{\frac{n+1}{n}} x_0^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} x_0^{-\frac{1}{n}} r^{\frac{n+1}{n}} = a U^{-\lambda} \int_{x_0}^{x} U^{\lambda} r^{\frac{n+1}{n}} dx$$

$$\left(\frac{\delta_2}{x_0}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{r}{x_0}^{-\frac{n+1}{n}} a \left(\frac{U}{U_0}\right)^{-\lambda-\frac{1}{n}} \int_{x_0}^{x} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\lambda} r^{\frac{n+1}{n}} dx,$$

en posant :

$$y^* = \frac{x}{x_0} = \frac{r}{r_0} = \sqrt{\frac{U_0}{U}} \rightarrow dy^* = \frac{dx}{x_0}$$

on obtient :

$$\left(\frac{\delta_2}{x_0}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = a y^{*\frac{n+1}{n}} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\frac{1}{n}} \int_1^{y^*} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\lambda} y^{*\frac{n+1}{n}} dy^*$$

d'où l'on obtient :

(1)
$$\frac{\delta_2}{x_0} = a^{\frac{n}{n+1}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{-\frac{1}{n+1}} \Phi_1 (y^*)$$

avec :

$$\Phi_1 (y^*) = \left[\left(\frac{U}{U_0}\right)^{-\lambda-\frac{1}{n}} y^{*-\frac{n+1}{n}} \int_1^{y^*} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\lambda} y^{*\frac{n+1}{n}} dy^*\right]^{\frac{n}{n+1}}$$

en remplaçant $\frac{U}{U_0}$ par sa valeur $\frac{1}{y^2}$ on obtient :

(2)
$$\Phi_1 (y^*) = \left[y^{*(2\lambda-1)+\frac{1}{n}} \int_1^{y^*} y^{*-2\lambda+\frac{n+1}{n}} dy^*\right]^{n+1}$$

y^* et x_0 étant inconnus nous allons rechercher une seconde relation entre δ_2 et y^*. Nous allons donc rechercher la relation liant $\delta_2 x U$ et y^* en analogie avec celle liant $\delta_2 x_0 U_0$ et y_0.

L'équation (1) peut être écrite en faisant apparaître les groupements $\frac{\delta_2}{x}$ et $\frac{Ux}{\nu}$:

$$\left(\frac{\delta_2}{x}\right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{x^{\frac{n+1}{n}}}{x_0^{\frac{n+1}{n}}} \left(\frac{Ux}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{U_0 x_0}{Ux}\right)^{\frac{1}{n}} = a \Phi_1,$$

$$\left(\frac{\delta_2}{x}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{Ux}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = a \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{-\frac{1}{n}} \left(\frac{U_0}{U}\right)^{-\frac{1}{n}} \Phi_1^{\frac{n+1}{n}}$$

en tenant compte de $y^* = \frac{x}{x_0} = \sqrt{\frac{U_0}{U}}$ on obtient :

$$\left(\frac{\delta_2}{x}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{Ux}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = a y^{*-\left(1+\frac{2}{n}\right)} \Phi_1^{\frac{n+1}{n}},$$

c'est-à-dire :

$$\left(\frac{\delta_2}{x}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{Ux}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = a\,\Phi_2(y^*) \tag{3}$$

avec :

$$\Phi_2 = y^{*-\left(1+\frac{2}{n}\right)}\, y^{*(2\lambda-1)+\frac{1}{n}} \int_1^{y^*} y^{*-2\lambda+\frac{n+1}{n}}\, dy^*$$

$$\Phi_2 = y^{*2(-1)-\frac{1}{n}} \int_1^{y^*} y^{*-2\lambda+\frac{n+1}{n}}\, dy^* \tag{4}$$

Sous forme intégrée :

$$\Phi_2 = \frac{1}{2(\lambda-1)-\frac{1}{n}} \left[y^{*2(\lambda-1)-\frac{1}{n}} - 1\right]. \tag{5}$$

Pratiquement :

Connaissant δ_2 en une section x les équations (3) et (5) permettent de connaître y^* donc x_0. Connaissant x_0 nous pouvons ensuite, par l'équation (1), déduire la valeur de δ_2 dans une autre section quelconque x.

Les fonctions Φ_1 et Φ_2 ont été calculées pour plusieurs valeurs des paramètres n et λ correspondant aux différentes méthodes de résolution de l'équation de Von Karman. Ces valeurs de a, n et λ sont résumées dans le tableau III.

Tableau III

$\mathcal{R}_{\delta_2} = \frac{U\delta_2}{\nu}$	$\mathcal{R}_{\delta_2} < 10^3$	$10^3 < \mathcal{R}_{\delta_2} < 10^4$	$\mathcal{R}_{\delta_2} > 10^4$
n	4	5	6
a	0,016	0,0103	0,0076
Karman	3,87	3,66	3,55
Truckenbrodt	3,5	3,4	3,33
Buri	4	4	4
Maskell	4,2	4,2	4,2

Nous avons tracé les courbes $\Phi_1(y^*)$ et $\Phi_2(y^*)$ pour des valeurs de y^* comprises entre 1 et 2 sur les planches 5 et 6.

b) Par la méthode de Michel [3] l'équation de Von Karman se trouve résolue sous la forme :

$$\left(\frac{\delta_2 r}{x_4}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{\frac{1}{n}} = a \int^{y'} U^{-\frac{1}{n}} f(A)\, dy'$$

en posant :

$$dy' = r^{\frac{n+1}{n}}\, dy^* \qquad \text{et} \qquad y^* = \frac{r}{r_0} = \frac{x}{x_0}$$

d'où :

$$\frac{\delta_2}{x} = a^{\frac{n}{n+1}} \left(\frac{U_0 x_0}{\nu}\right)^{-\frac{1}{n+1}} \Phi_M\,(y^*)$$

en posant :

$$\Phi_M(y^*) = \left[y^{*-\left(1+\frac{1}{n}\right)} \int_1^{y^*} \left(\frac{U}{U_0}\right)^{-\frac{1}{n}} f\,(A) y^{*\,1+\frac{1}{n}}\, dy^* \right]^{-\frac{n}{n+1}}$$

ou encore :

$$\Phi_M\,(y^*) = \left[y^{*-\frac{(n+1)}{n}} \int_1^{y^*} f(A)\, y^{*\,\frac{n+3}{n}}\, dy^* \right]^{\frac{n}{n+1}}$$

avec :

$$A = \frac{2n}{2n+1} \frac{y^{*\,\frac{2n+1}{n}} - 1}{y^{*\,\frac{2n+1}{n}}}.$$

Nous avons calculé la fonction $\Phi_M\,(y^*)$ pour $n = 4$. La courbe en est donnée sur la planche 5.

Au chapitre IV nous avons replacé nos résultats expérimentaux dans ces mêmes coordonnées et porté les points obtenus sur la planche 5.

III. — RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES DES AUTEURS CITÉS DANS CE CHAPITRE

[1] Schlichting. — *Boundary layer theory.*

[2] Granville. — *A method for the calculation of the turbulent boundary layer in a pressure gradient.* David Taylor, Model Basin, Report 752, May 1951.

[3] Michel. — *Contribution à l'étude des couches limites turbulentes avec gradient de pression.*

[4] Milliat. — *Etude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air.*

Chapitre III

DESCRIPTION DES INSTALLATIONS ET DES APPAREILS DE MESURE MÉTHODES EXPÉRIMENTALES

I. — DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

L'installation générale est présentée sur la photographie (*fig.* 12) et le schéma (*fig.* 13).

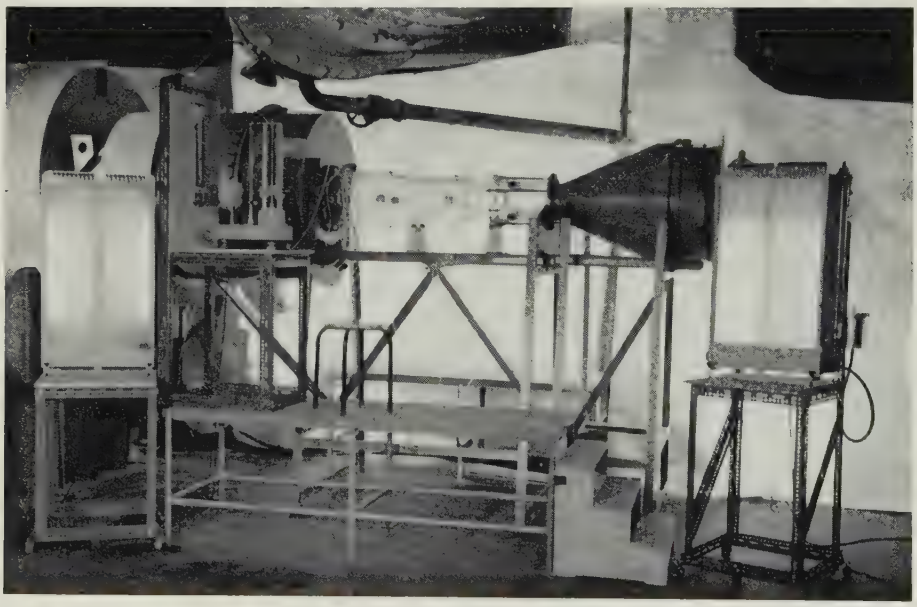


Fig. 12. — Installation générale.

Elle comprend essentiellement :

— un convergent;
— une partie cylindrique;
— le divergent étudié;
— un caisson d'aspiration;
— un ventilateur.

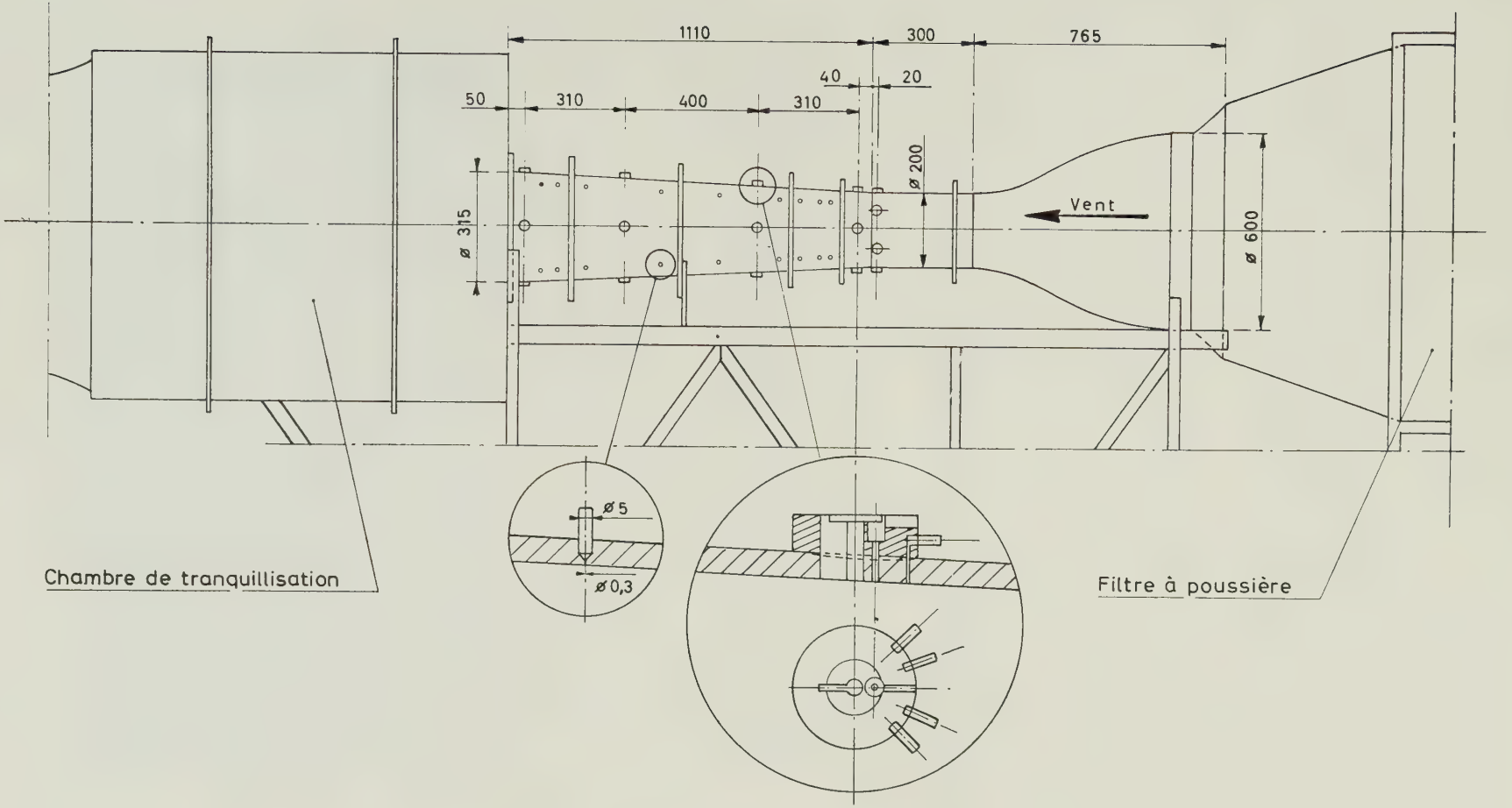


Fig. 13. — Installation générale du diffuseur.

cotes en mm.

Convergent d'entrée.

Ce convergent a été réalisé en plâtre suivant un profil Göttingen légèrement modifié sur les grandes sections pour obtenir un plus faible étalement. Son rapport de contraction est de 9. Juste à son entrée on a placé un nid d'abeilles en « Dufaylite » à mailles hexagonales d'apotheme 2,5 mm ayant une profondeur de 100 mm.

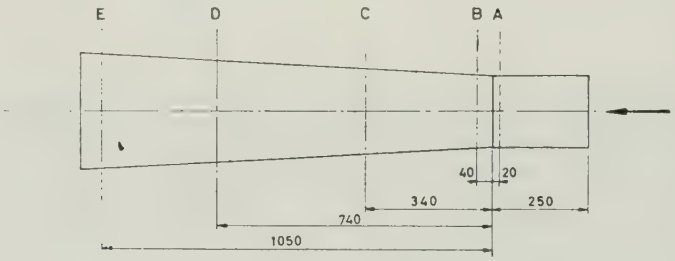
Conduite cylindrique.

Elle est réalisée en plexiglas et usinée dans la même masse que le début du diffuseur qui suit. Son diamètre est de 200 mm et sa longueur de 250 mm.

Divergent.

C'est un cône en plexiglas d'angle de divergence total 6°. Il a une longueur de 1 100 mm.

En cinq sections on a aménagé des bossages permettant d'introduire les sondes de pression normalement à la paroi. Les emplacements exacts de ces sections sont donnés sur la *figure* 14. Leurs caractéristiques sont les suivantes (tableau IV).



cotes en mm.

Fig. 14. — Position des sections d'exploration.

TABLEAU IV

Paramètre	*Section* A	*Section* B	*Section* C	*Section* D	*Section* E
R_{mm}	100,0	101,5	117,2	138,2	154,4
S_{m^2}	0,03142	0,03236	0,04315	0,06000	0,07489
x_{mm}	— 20	40	340	740	1 050

Des prises de pression de paroi ont été percées sur quatre génératrices tout le long du diffuseur.

Caisson d'aspiration.

C'est un cylindre de diamètre intérieur 1 000 mm et de 1 250 mm de longueur dans lequel on a placé des écrans de grillages pour tranquilliser l'écoulement.

Ventilateur.

Le ventilateur utilisé est un M 28 de la Société Ventméca; son point de fonctionnement nominal est atteint pour $Q = 16\ m^3/s$, $p = 300\ kg/m^2$, il refoule à l'atmosphère.

II. — INSTRUMENTS DE MESURE DE PRESSION

Prises de pression de paroi.

Ce sont de simples trous de 0,5 mm de diamètre percés dans le plexiglas.

Exploration de couche limite.

Pression statique.

Désirant s'assurer qu'elle était bien constante dans toute la couche limite on a construit une sonde cylindrique recourbée de diamètre extérieur 1 mm et percée latéralement de quatre trous à 90 degrés les uns des autres. Les variations s'étant révélées très faibles, la pression statique de paroi a, par la suite, toujours été adoptée pour les calculs.

Pression totale.

Elle est mesurée au moyen d'une aiguille hypodermique taillée et recourbée de diamètre extérieur 0,5 mm et diamètre intérieur 0,25 mm. Elle est montée sur une hampe de 5 mm de diamètre.

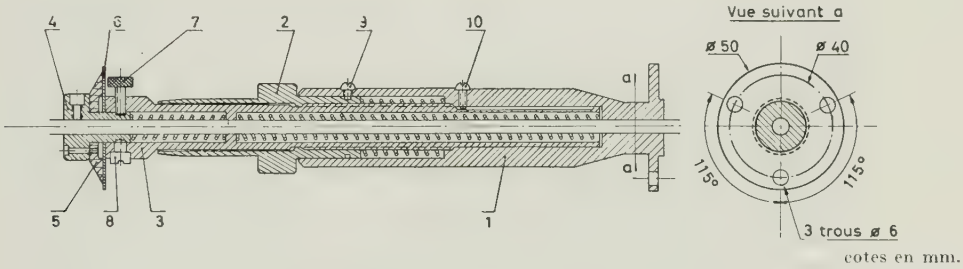


Fig. 15. — Schéma du porte-sonde micrométrique.

1 : corps; 2 : vernier; 3 : vis de translation; 4 : bouton d'orientation; 5 : repère d'orientation; 6 : cadran; 7 : vis de pression; 8 : vis d'arrêt du bouton d'orientation; 9 : vis d'arrêt du vernier; 10 : vis de guidage de la vis de translation.

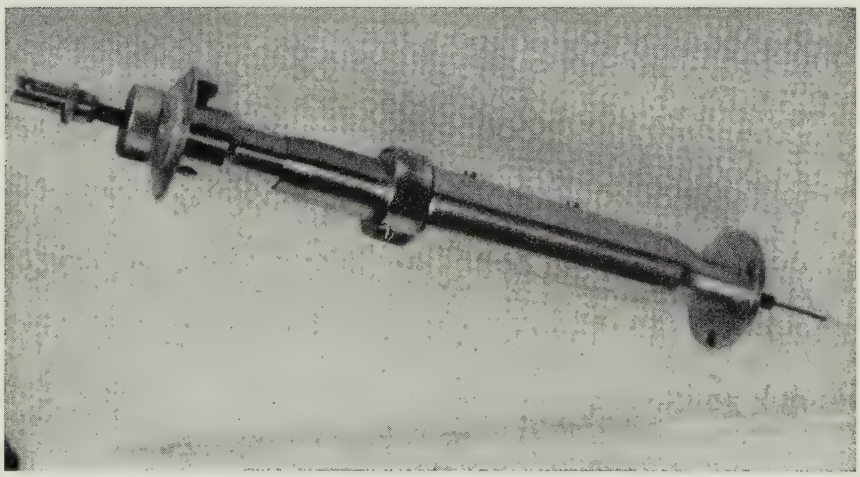


Fig. 16.

Porte-sonde micrométrique.

Ce porte-sonde permet, si on le désire, un déplacement au 1/50 mm près. Son schéma est montré en coupe sur la *figure* 15. Le zéro de cet appareil est fait par l'intermédiaire de la sonde de pression au moyen d'un contact électrique à la paroi. La vue d'ensemble est présentée sur la photographie (*fig.* 16).

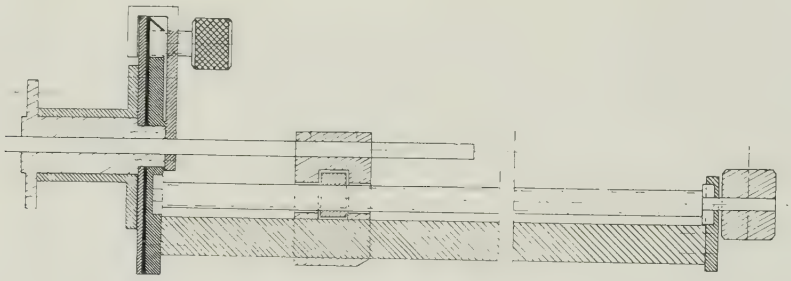


Fig. 17. — Schéma du porte-sonde millimétrique.

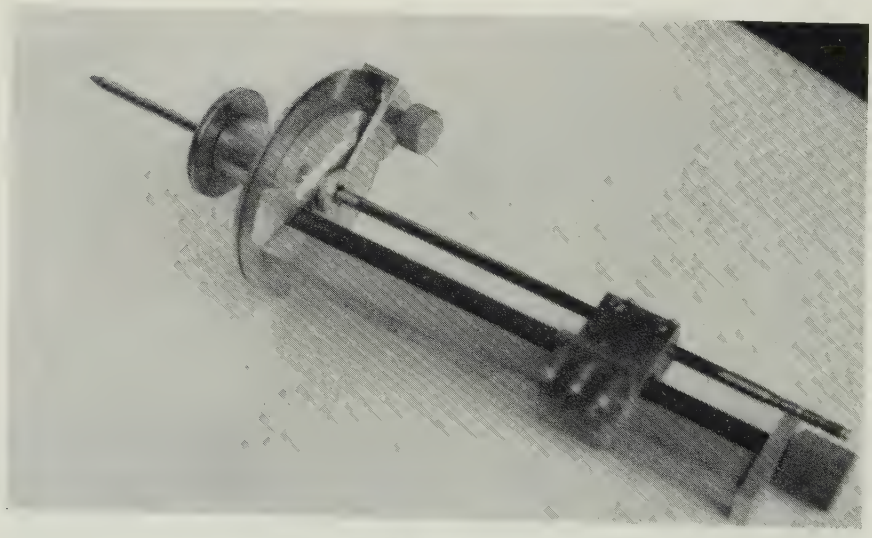


Fig. 18.

Porte-sonde principal.

A plus de 5 cm de la paroi on utilise un porte-sonde millimétrique dont le schéma en coupe est donné sur la *figure* 17 et la vue d'ensemble sur la photographie (*fig.* 18).

Remarque sur les mesures de pression.

On a toujours considéré que le point correspondant à la vitesse mesurée était le centre géométrique de la sonde. Young et Mass proposent en fait une formule permettant de tenir compte du gradient de vitesse des différents filets fluides qui rencontrent l'orifice d'entrée de la sonde, mais nous n'en avons pas tenu compte.

Influence de la paroi.

P_t étant la pression totale mesurée on a :

$$(P_t)_{mes} = P_s + \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}),$$

u, *v*, *w* étant les composantes de la fluctuation turbulente de la vitesse.

Si p_p est la pression à la paroi on a :

$$P_p = P_s + \rho\overline{v^2},$$

donc :

$$(P_t)_{mes} - P_p = \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho(\overline{u^2} - \overline{v^2} + \overline{w^2})$$

et en supposant $\overline{v^2} = \overline{w^2}$ on a :

$$\frac{1}{2}\rho (U_{mes})^2 = \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho \overline{u^2}$$

donc :

$$U = U_{mes}\left(1 - \frac{\overline{u^2}}{U_{mes}^2}\right)^{1/2}.$$

Nous n'avons pas pris en compte cette correction qui aurait pourtant dû être faite en toute rigueur dans la présentation de nos résultats.

Position des porte-sondes.

Dans chaque section d'exploration on a placé quatre bossages à 90° permettant de recevoir les porte-sondes. Ces bossages sont alignés sur quatre génératrices sauf dans la section A où des raisons d'encombrement nous ont obligé de les décaler de 45°.

Relevé de pression.

Tous les relevés de pression ont été faits sur manomètres Fortier sauf pour les pressions de paroi que nous avons relevées sur des tubes en U. La pression de référence de stabilité du régime était lue sur manomètre Schiltknecht.

III. — INSTRUMENTS DE MESURE DE TURBULENCE

(*fig.* 19 et 20)

Pour toutes les mesures de turbulence on a utilisé l'anémomètre à fil chaud de marque DISA elektronik A/S. Cet anémomètre est à température constante. Il comporte deux indicateurs : l'un pour la vitesse moyenne du courant, l'autre pour la valeur de la racine carrée de la moyenne des carrés des fluctuations de la vitesse.

Le principe de la mesure est basé sur la perte de chaleur dans un fil chauffé électriquement, perte par convection due à l'écoulement d'un fluide ou d'un gaz. On mesure en fait la puissance nécessaire pour maintenir la température du fil constante. Les fils utilisés sont en tungstène, leur diamètre est de 0,005 mm et leur longueur approximativement 1 mm. La température maximum d'utilisation est de 300 °C.

Le schéma de principe de l'anémomètre à température constante DISA est donné sur la *figure* 19.

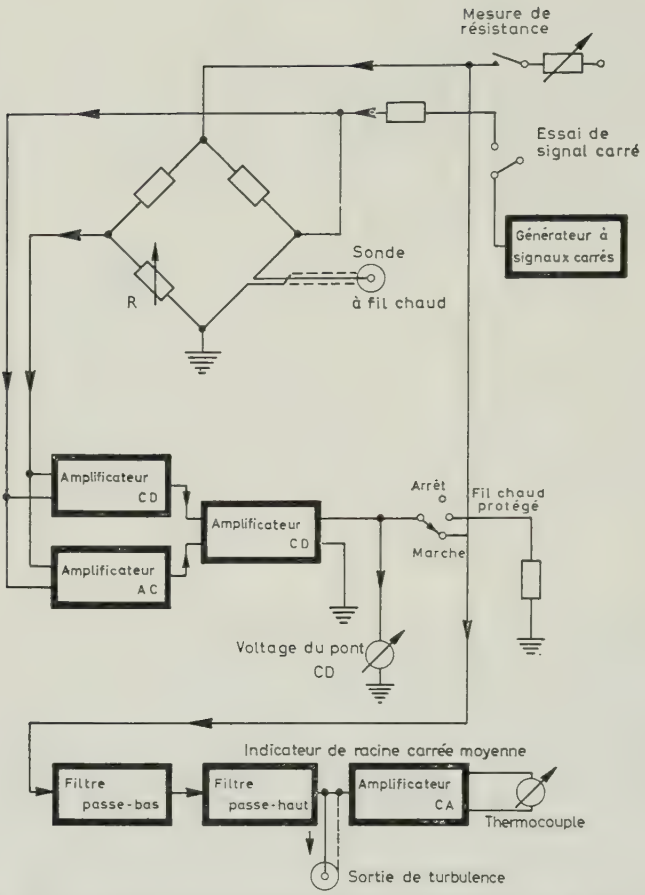


Fig. 19. — Schéma de fonctionnement de l'anémomètre à fil chaud.

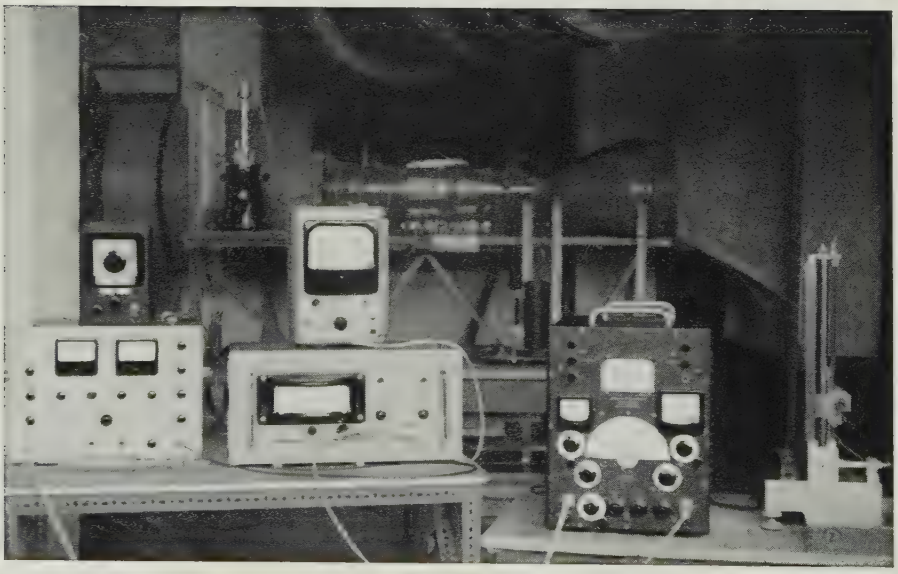


Fig. 20.

Pour les mesures de turbulence les variations du courant sont amplifiées et la mesure est faite au moyen d'un millivoltmètre à thermocouple.

La résistance variable R′ est destinée à équilibrer le pont pour chaque valeur de la vitesse moyenne.

Il faut noter que le fil chaud est particulièrement sensible dans la région des basses vitesses du fait de la relation linéaire entre la puissance chauffante et la racine carrée de la vitesse d'écoulement.

Il est en conséquence préférable d'utiliser la courbe d'étalonnage en portant le carré de la différence de potentiel du pont en ordonnée et la racine carrée de la vitesse d'écoulement en abscisse (planche 7).

La mesure précise de la différence de potentiel du pont dépend essentiellement de la précision du voltmètre; une connexion « Bridge out » située à l'arrière de l'appareil permet d'utiliser un voltmètre plus précis que celui incorporé dans l'appareil.

Mesure des vitesses moyennes. — Mesure de turbulence.

La sonde à fil chaud est placée tout à côté d'un tube de Pitot pris comme référence dans une région où la vitesse est constante. On compare les indications fournies par le tube de Pitot et la sonde à fil chaud. La courbe de tarage ainsi obtenue n'est valable que pour une sonde donnée travaillant à un certain rapport de chauffage.

Les mesures de turbulence utilisent la pente A de la courbe de variation de la différence de potentiel du pont de mesure en fonction de la vitesse d'écoulement. La racine carrée moyenne de la tension pour 1 % de turbulence est donnée par l'expression :

$$V_{(\text{correspondant à } \sqrt{\overline{u^2}})\ 1\ \%\ \text{turb.}} = \frac{V_{(\text{correspondant à } U)}}{100} \times A$$

et le pourcentage de turbulence :

$$\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U}\ \% = \frac{V_{(\text{correspondant à } \sqrt{\overline{u^2}})} \times 100}{A \times V_{(\text{correspondant à } U)}}.$$

La loi de King s'écrit :

$$\frac{V^2}{R_f} = \alpha + \beta\sqrt{U},$$

V étant la tension du pont; U la vitesse moyenne du courant; u la vitesse fluctuante; R_f la résistance de fonctionnement de la sonde; α et β deux constantes.

La relation précédente peut encore s'écrire :

$$\frac{V^2}{R_f} = \frac{V_0^2}{R_f} + \beta\sqrt{U},$$

V_0 étant le voltage à vitesse d'écoulement nulle.

Par définition :

$$A = \frac{dV}{dU},$$

donc :

$$\frac{2V}{R}\frac{dV}{dU} = \beta\frac{1}{2\sqrt{U}}$$

d'où :

$$\frac{dV}{dU} = \frac{\beta R_f}{4V} \frac{1}{\sqrt{U}}$$

$$AU = \frac{\beta R_f}{4V} \sqrt{U},$$

mais :

$$\sqrt{U} = (V^2 - V_0^2) \frac{1}{\beta R_f}.$$

Donc on aura :

$$AU = \frac{\beta R_f}{4V} V^2 \frac{- V_0^2}{\beta R_f} = \frac{V^2 - V_0^2}{4V}.$$

Finalement on obtient :

$$\sqrt{\frac{u^2}{U}} \text{ (turbulence) } \% = 100 \text{ V } \left(\text{correspondant à } \sqrt{\overline{u^2}}\right) \frac{4V}{V^2 - V_0^2} \text{ (correspondant à U).}$$

Ainsi les mesures de turbulence ne demandent pas de noter la courbe d'étalonnage du fil en fonction de la vitesse.

Spectre de fréquence.

L'analyse en fréquence de la turbulence est faite suivant le montage (*fig.* 21).

On utilise l'analyseur de fréquence L.E.A. à bande passante 3 Hz ou 30 Hz suivant le domaine d'utilisation et permettant l'analyse des fréquences de 30 à 50 000 Hz.

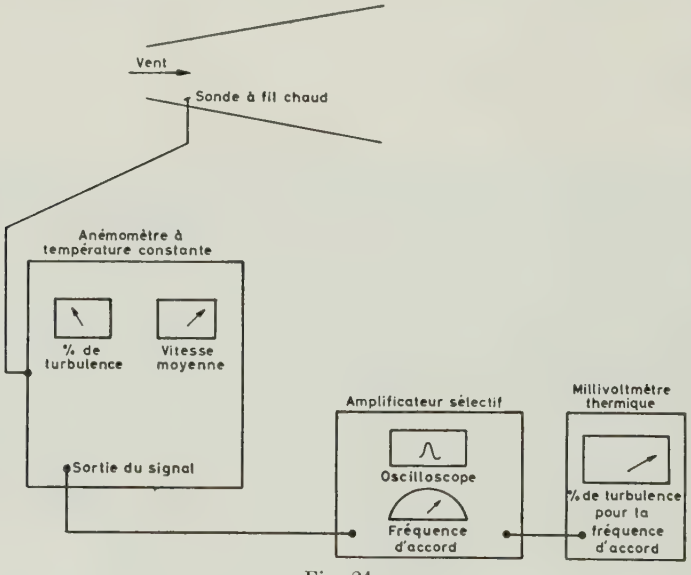


Fig. 21.

A la sortie de l'analyseur le signal est envoyé dans un millivoltmètre à thermocouple. L'étalonnage de la chaîne d'appareils ainsi utilisés est obtenu par injection, dans l'amplificateur basse fréquence du fil chaud, d'un signal sinusoïdal connu.

Chapitre IV

RÉSULTATS DE MESURE ET DISCUSSION

Généralités

Conservant à l'entrée du diffuseur le profil de vitesse fourni par le convergent qui le précède, on a fait varier le débit d'air passant dans l'installation. Cinq nombres de Reynolds $\mathcal{R} = \frac{U_m R}{\nu}$ on ainsi été obtenus. Deux autres essais ont consisté à modifier le profil de vitesses à l'entrée du diffuseur par deux moyens différents : tout d'abord introduction d'une virole cylindrique de 1 m de longueur entre le convergent et le début du diffuseur puis, cette virole ayant été retirée, interposition d'une couronne de grillage entre convergent et diffuseur. Cette couronne faisait 100 mm de diamètre intérieur et 200 mm de diamètre extérieur.

Un premier essai a eu pour but la détermination de l'évolution des coefficients de pression de paroi le long du diffuseur en fonction de la variation du nombre de Reynolds.

Puis, dans les cinq sections A, B, C, D, E prévues à cet effet, on a exploré le profil de vitesses suivant un rayon (deux dans le cas ou $\mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$). Pour les nombres de Reynolds de $1{,}4 \times 10^5$ et $2{,}6 \times 10^5$ les mesures ont été faites deux fois : successivement à la sonde de pression, puis au fil chaud. On a ainsi pu déterminer en chaque point les valeurs des vitesses moyennes et des intensités turbulentes. Pour chacun de ces essais a été ensuite mesurée la répartition de l'intensité turbulente en pourcentage : $\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U}$ 100 suivant chacun des rayons explorés à la sonde.

Enfin pour $\mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$ les spectres de turbulence ont été tracés en plusieurs point de chacun des rayons explorés.

Dans la première partie de ce chapitre sont présentés les résultats relatifs à l'écoulement moyen (évolution des pressions statiques, répartition des vitesses moyennes, épaisseurs caractéristiques des couches limites, coefficients de récupération du diffuseur, etc.).

Dans la seconde partie se trouvent les résultats caractéristiques de la turbulence : répartitions transversales des pourcentages de la racine carrée des moyennes quadratiques des fluctuations de vitesse rapportée à la vitesse moyenne, fonctions spectrales des fluctuations longitudinales, etc.

I. — ÉCOULEMENT MOYEN

a) **Pressions statiques.**

On a représenté sur la planche 8 la distribution des pressions statiques de paroi le long du tunnel. En ordonnée est portée la différence, entre la pression statique en un point et la pression statique à l'entrée du diffuseur, rapportée à la pression dynamique maximale à l'entrée :

$$C_p = \frac{P_{sn} - P_{s_A}}{\frac{1}{2} \rho (U_{max})^2}.$$

En abscisse est porté le rapport entre l'aire de la section au point considéré et l'aire de la section d'entrée A, soit :

$$\frac{S}{S_0}.$$

Les variations du C_p en fonction de $\frac{S}{S_0}$ sont données pour cinq nombres de Reynolds : 10^5; 2×10^5; 3×10^5; 4×10^5; 5×10^5, avec un profil de vitesse uniforme dans la section d'entrée; puis, pour un nombre de Reynolds fixe avec un profil perturbé à l'entrée du diffuseur.

Les résultats obtenus, d'une part, avec un grillage en couronne, d'autre part, avec une virole cylindrique sont à peu près identiques, compte tenu du fait que nous n'avions pas exactement le même nombre de Reynolds dans les deux cas.

L'influence du nombre de Reynolds sur les valeurs de C_p sans être très importante est cependant nettement visible. Pour mettre en évidence cette influence on a tracé sur la planche 9 un ensemble de courbes donnant les variations du C_p, en fonction du débit d'air passant dans l'installation. Le C_p a été calculé dans chaque cas à partir du relevé des pressions de paroi en quatorze sections du diffuseur pour treize débits différents. Il faut noter que le C_p varie beaucoup aux petites vitesses mais il devient à peu près constant pour les débits supérieurs à 1,24 m³/s c'est-à-dire une vitesse moyenne de 40 m s dans la section d'entrée et 16,8 m/s à la sortie. Ce qui correspond à un nombre de Reynolds $\mathcal{R} = \frac{UR}{\nu} \sim 2{,}5 \times 10^5$ à l'entrée du diffuseur.

La courbe obtenue par application de la loi de Bernoulli en chacun des points considérés est tracée sur la planche 8. L'écart entre cette courbe théorique et les courbes obtenues expérimentalement est évidemment d'autant plus important que l'on pénètre plus avant dans le diffuseur. Mise à part la perte de charge, on a, en effet, des coefficients d'énergie cinétique qui deviennent très différents de 1 (ils sont de l'ordre de 1,2 à 1,3 dans la section E) et des phénomènes turbulents très importants.

b) **Vitesses moyennes.**

Sur les planches 10 à 14, pour les cinq valeurs du nombre de Reynolds : $1{,}4 \times 10^5$; $2{,}6 \times 10^5$; $3{,}8 \times 10^5$; $4{,}4 \times 10^5$; $5{,}2 \times 10^5$, calculé à l'entrée du diffuseur, sont tracés les profils de vitesses moyennes obtenus successivement dans chacune des cinq sections

explorées, repérées *figure* 14. Ces profils sont ceux obtenus directement sans rien intercaler entre le convergent d'entrée et le début du diffuseur. En ordonnée, est porté le rapport de la vitesse moyenne en un point à la vitesse moyenne maximale dans la section. En abscisse est porté le rapport entre la distance à la paroi et le rayon de la section. L'influence du nombre de Reynolds à l'entrée, sur les profils de vitesses, n'est pas visible, par contre, il faut noter l'accroissement de l'importance relative de la couche limite quand on pénètre dans le diffuseur. En A le profil de vitesses est plat sur plus de 90 % du rayon de la section, mais quand on arrive en E, c'est-à-dire pour $\frac{S}{S_0} = 2{,}38$, le profil de vitesses n'est plus uniforme que sur 60 % du rayon de la section.

Pour mettre en évidence la forme du profil de vitesses dans la couche limite, et sa déformation le long du diffuseur, on a porté sur les planches 15 à 19 les valeurs de $\frac{U}{U_{max}}$ en fonction du logarithme de y exprimé en millimètres.

Il nous a été impossible de faire des mesures significatives en dessous de 0,5 mm de distance à la paroi, le trou de passage des sondes, bien qu'ayant été rendu aussi petit que possible, apporte des perturbations importantes dans cette zone et la mesure sur paroi opposée était impossible du fait des grandes dimensions de l'installation.

Pour $\mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$ et $\mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$ (planches 15 et 16) on a aussi porté les valeurs des vitesses moyennes obtenues avec l'anémomètre à fil chaud. On constate que l'accord des mesures est assez bon surtout dans le deuxième cas.

Au voisinage de la paroi les points de mesure semblent s'aligner; aussi, pour essayer de se rendre compte de la valeur de la loi logarithmique des vitesses dans un diffuseur on a porté dans le tableau V les valeurs de U_f calculées à partir de l'équation :

$$\frac{U}{U_f} = 5 + 5{,}65 \log \frac{yU_f}{\nu}.$$

Tableau V

y (mm)	U (m/s)	U_f (m/s)	U (m/s)	U_f (m/s)	U (m/s)	U_f (m/s)	U (m/s)	U_f (m/s)	U (m/s)	U_f (m/s)
	Section A		Section B		Section C		Section D		Section E	
0,25	24,5	1,86	19,1	1,50	12,4	1,04	7,29	0,67	3,39	0,36
0,50	26,1	1,75	21,1	1,45	14,0	1,04	7,78	0,63	4,03	0,40
1	28,5	1,73	24,6	1,52	15,5	1,02	8,75	0,62	4,88	0,38
1,5	30,1	1,71	27,4	1,58	16,5	1,01	8,99	0,60	5,30	0,38
2	31,7	1,73	28,9	1,60	17,1	1,04	9,35	0,60	5,51	0,38
3	34,2	1,77	32,1	1,67	18,7	1,04	9,84	0,59	5,94	0,38
4	36,2	1,81	34,0	1,71	20,2	1,07	10,3	0,60	6,36	0,39
5	38,2	1,85	35,6	1,74	21,8	1,12	10,8	0,60	6,57	0,39
6	39,4	1,87	37,1	1,77	23,0	1,16	11,3	0,61	6,78	0,39
8	40,2	1,84	38,3	1,77	25,5	1,28	12,4	0,64	7,31	0,40
10			39,1	1,76	27,7	1,28	13,4	0,67	7,84	0,42
15					30,2	1,34	16,3	0,77	9,54	0,48
20					31,1	1,33	18,9	0,85	11,2	0,53
30							21,6	0,91	13,0	0,58

Le calcul a été fait pour l'essai $\mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$ (planche 16).

On constate que jusqu'à $y = 3$ mm cette loi est assez bien vérifiée. Dans ce cas les valeurs moyennes de U_f et de C_f sont données dans le tableau VI.

Tableau VI

	U_f (m/s)	C_f
Section A	1,73	0,0037
Section B	1,50	0,0029
Section C	1,02	0,0021
Section D	0,63	0,0013
Section E	0,38	0,0016

La vitesse de frottement est divisée par 4,5 quand on passe de l'entrée à la sortie du diffuseur.

L'influence du nombre de Reynolds sur la forme des profils de vitesses ne semble se faire sentir que sur la région proche de la paroi : $y \leqslant 6$ mm.

Sur les planches 20 et 21 sont portés les profils de vitesses obtenus en plaçant à l'entrée du diffuseur successivement :

— une virole cylindrique : ○ 200 mm, longueur 1 m (planche 25);

— un grillage taillé en couronne : ∅ ext. 200 mm, ○ int. 100 mm.

Ces deux essais avaient pour but d'obtenir des profils de vitesses perturbés à l'entrée du diffuseur mais perturbés de deux façons différentes bien que conservant toujours un ralentissement près de la paroi.

Il faut d'abord noter que le profil en marche d'escalier fourni par le grillage s'amortit dans le diffuseur pour prendre progressivement une forme en pointe. Cependant le calcul du coefficient de récupération dans ce cas (tabl. VIII) montre que l'écoulement décolle de la paroi avant la section D et partout on note une grande instabilité sur les manomètres pendant les mesures : le coefficient de récupération (défini plus loin, p. 44) chute alors à 0,59.

Dans le cas de la virole cylindrique le profil de vitesse est très applati mais l'instabilité est moins grande et la récupération du diffuseur meilleure : globalement $c = 0{,}67$. Il ne semble pas qu'un décollement se produise.

TABLEAU VII

Résultats obtenus à partir des explorations du rayon 2

Section	U_m (m/s)	π_m	U_{max} (m/s)	π_v	$-\pi_p$	C	α	δ (mm)	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	δ_3 (mm)	H	H'
	$Q = 0{,}694$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$.												
A	22,1	30,4	22,5	31,0	31,6	0,72	1,02	8	0,66	0,533	0,960	1,24	1,80
B	21,5	28,9	21,8	29,5	29,8	0,70	1,02	8	1,12	0,787	1,42	1,42	1,81
C	16,1	16,1	17,0	16,7	19,7	0,63	1,04	15	2,95	1,90	3,39	1,55	1,78
D	11,6	8,3	13,0	9,3	11,9	0,29	1,12	35	8,20	4,99	8,25	1,64	1,65
E	9,3	5,4	11,3	6,3	9,2		1,17	53	15,79	8,86	13,95	1,78	1,57
	$Q = 1{,}24$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$.												
A	39,5	97,6	40,2	99,5	104	0,72	1,02	8	0,991	0,752	1,34	1,32	1,78
B	38,4	92,1	39,1	93,9	98	0,70	1,02	8,5	1,316	0,955	1,68	1,37	1,76
C	29,3	53,6	31,1	55,5	63,5	0,57	1,03	20	3,403	2,15	3,72	1,58	1,73
D	20,6	26,6	24,3	31,2	39,4	0,24	1,17	50	10,47	6,02	9,91	1,83	1,62
E	16,6	17,0	21,2	22,2	32,0		1,30	72	19,39	10,30	14,60	1,88	1,42
	$Q = 1{,}85$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 3{,}8 \times 10^5$.												
A	59,2	219	60,4	225	224	0,69	1,03	8	1,03	0,682	1,24	1,51	1,81
B	56,8	202	58,4	206	211	0,70	1,02	9	1,43	0,878	1,55	1,62	1,76
C	42,9	115,1	46,1	117,4	125	0,48	1,02	23	4,08	2,61	4,45	1,56	1,70
D	30,7	58,9	35,1	70,3	81	0,18	1,19	52	10,07	5,82	9,56	1,73	1,64
E	24,6	37,6	32,2	47,1	68		1,25	75	20,75	9,87	15,71	2,10	1,59
	$Q = 2{,}15$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 4{,}4 \times 10^5$.												
A	68,4	292,7	70,0	299,4	300	0,70	1,02	8	1,06	0,741	1,32	1,43	1,78
B	67,1	281,2	68,3	281,3	289	0,71	1,00	9	1,64	1,01	1,79	1,62	1,76
C	49,9	156,4	53,6	168,0	180	0,53	1,07	20	4,30	2,66	4,45	1,62	1,67
D	35,7	79,9	41,8	94,4	114	0,25	1,18	44	10,97	6,02	9,64	1,82	1,60
E	28,7	51,7	37,4	67,1	90		1,30	70	19,98	10,03	15,94	1,99	1,59
	$Q = 2{,}50$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 5{,}2 \times 10^5$.												
A	79,8	398	81,7	399	405	0,73	1,02	8	1,21	0,787	1,46	1,54	1,86
B	77,0	371	79,7	380	392	0,73	1,02	9	1,30	0,901	1,57	1,45	1,75
C	58,0	210	61,8	219	233	0,54	1,04	20	3,88	2,31	3,91	1,68	1,69
D	41,6	108	48,1	124	147	0,27	1,15	40	9,5	5,41	9,04	1,77	1,67
E	33,4	69,7	42,3	86,1	114		1,23	68	18,57	9,94	16,10	1,87	1,62
	$Q = 1{,}24$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$ (virole cylindrique).												
A	39,5	97,4	41,8	101,5	106	0,65	1,04	20	2,75	1,97	3,51	1,39	1,78
B	38,3	91,8	40,4	95,8	98	0,61	1,04	20	2,64	1,91	3,37	1,38	1,76
C	28,8	51,7	32,4	57,4	66,5	0,46	1,11	33	6,86	3,99	6,52	1,72	1,63
D	20,6	26,4	26,9	35,3	46,5	0,18	1,34	58	16,03	7,47	11,21	2,15	1,50
E	16,5	17,0	24,0	25,8	40		1,61	80	26,07	9,99	14,82	2,61	1,48
	$Q = 0{,}68$ m³/s $\quad \mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$ (grillage).												
A	21,8	29,7	28,7	32	53,5	0,59	1,08	70	16,17	12,87	20,48	1,26	1,59
B	21,2	27,9	27,7	30,2	49,3	0,49	1,08	74	15,68	11,65	19,05	1,34	1,63
C	16,1	16,1	23,7	18,9	36,0	0,14	1,17	95	25,42	15,70	26,18	1,62	1,67
D	11,4	8,2	21,5	13,4	30,0	0,34	1,63	140	43,88	21,25	32,73	2,07	1,54
E	9,2	5,2	22,9	9,4	34,6		1,81	160	68,98	24,73	35,94	2,79	1,45

TABLEAU VIII

Résultats obtenus à partir des explorations du rayon 1

$Q = 0{,}694\ m^3/s \qquad \mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$

Paramètre	Section A	Section B	Section C	Section D	Section E
U_m (m/s)	22,1	21,4	16,1	11,6	9,3
π_m	30,5	28,8	16,2	8,4	5,4
U_{max} (m/s)	22,5	21,8	17,0	13,0	11,3
π_v	31,1	29,3	17,0	9,6	6,8
π_p	31,6	29,8	19,7	11,9	9,2
C	0,73	0,69	0,59	0,26	
α	1,02	1,02	1,05	1,15	1,27
δ (mm)	8	9,5	18	37	54
δ_1 (mm)	1,10	1,66	3,74	11,02	17,56
δ_2 (mm)	0,754	1,13	2,43	6,26	10,01
δ_3 (mm)	1,34	1,98	4,07	10,31	16,14
H	1,47	1,47	1,54	1,76	1,75
H'	1,74	1,76	1,67	1,65	1,61

c) **Épaisseurs caractéristiques des couches limites.**

Les tableaux VII et VIII comportent un ensemble de chiffres indiquant pour chaque essai les valeurs calculées des épaisseurs caractéristiques de couche limite :

— épaisseur de déplacement :

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{U}{U_{max}}\right) dy;$$

— épaisseur de quantité de mouvement :

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{U}{U_{max}} \left(1 - \frac{U}{U_{max}}\right) dy;$$

— épaisseur d'énergie cinétique :

$$\delta_3 = \int_0^{\delta} \frac{U}{U_{max}} \left[1 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^2\right] dy.$$

A partir de ces quantités on déduit les paramètres sans dimension :

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}, \qquad H' = \frac{\delta_3}{\delta_2}.$$

Si pour des raisons de commodités de calcul on utilise plutôt la loi des vitesses sous la forme $\left(\frac{U}{U_{max}}\right) = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}$, qui est d'ailleurs à peu près équivalente à la loi logarithmique, il devient possible de tracer la courbe liant H et H'. C'est ce qui a été fait sur la planche 22 en prenant pour n la valeur 2. On a reporté sur cette planche la courbe expérimentale obtenue par Rotta (1). Il faut noter que la courbe théorique se présente plutôt comme une limite inférieure du domaine des points expérimentaux.

En conservant la même hypothèse il est possible de calculer le paramètre

$$\eta_1 = 1 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^2_{y=\delta_2}$$

et de tracer sa variation en fonction du paramètre de forme H, puisqu'on a :

$$\eta_1 = 1 - \left[\frac{H-1}{H(H+1)}\right]^{H-1}.$$

Cette courbe a été tracée sur la planche 23.

Nos points expérimentaux placés dans ces mêmes coordonnées cadrent tout à fait avec la théorie. L'accord avec la théorie pour la courbe $H = f(\eta_1)$ et le désaccord pour $H = f(H')$ semble vouloir dire qu'il y a une transformation d'énergie dont on n'a pas tenu compte qui est venue modifier la valeur de H'.

Suivant un autre mode de raisonnement, Robertson et Ross distinguent deux zones dans la couche limite (voir chap. I) :

— zone intérieure :

$$\frac{U}{U_{\delta_2}} = 1 + \frac{1}{C^{te}} \log \frac{y}{\delta_2};$$

— zone extérieure :

$$1 - \frac{U}{U_{\delta_2}} = D\left[1 - \frac{y}{\delta_2}\right]^{3/2}.$$

Sur la planche 25 on a placé les points correspondant aux relations entre H, δ, δ_2 et le paramètre D. La planche 24 donne la valeur de D en fonction de H.

---

(1) J. Rotta. — *Schubspamungsverteilung und Energiedissipation bei turbulenten Grenzschichten.* Ing. Arch. 20, 195, (1952).

On retrouve le même phénomène que sur la planche 22 : la courbe théorique limite le domaine des points expérimentaux et ne peut donner qu'un ordre de grandeur des phénomènes physiques réels.

Enfin, le calcul théorique de l'épaisseur de quantité de mouvement présenté à la fin du chapitre II a été vérifié expérimentalement pour les deux séries d'essais correspondant respectivement aux nombres de Reynolds à l'entrée $\mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$ et $\mathcal{R} = 4{,}4 \times 10^5$. Dans le premier cas on a $\mathcal{R}_{\delta_2} = \frac{U_0 \delta_2}{\nu} \simeq 1\,500$ dans le second cas $\mathcal{R}_{\delta_2} \simeq 3\,300$. On voit sur la planche 5 que le calcul théorique cadre exactement avec les résultats expérimentaux si l'on prend $n = 4$, $\lambda = 4$.

L'équation d'évolution de la couche limite serait donc de la forme :

$$\delta_2 R \left(\frac{U \delta_2 R}{\nu}\right)^{1.4} = 0{,}016\, U^{-4} \int_{x_0}^{x} U^4 R^{1+1.4}\, dx.$$

d) **Fonctionnement global du diffuseur.**

Pour chaque essai le coefficient de récupération est calculé et il est possible d'observer son évolution tout au long du diffuseur. Les paramètres qui ont dû être déterminés sont :

— la pression dynamique minimale :

$$\pi_m = \frac{\rho}{2} \int U\, d\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{S^2};$$

— la pression dynamique réelle :

$$\pi_r = \frac{\rho}{2} \frac{\int U^3\, d\left(\frac{r}{R}\right)^2}{\int U\, d\left(\frac{r}{R}\right)^2} = \frac{\rho}{2} \int \frac{U^2\, dQ}{Q};$$

— la pression moyenne :

$$\pi_p = \frac{\int (P - P_a) U\, d\left(\frac{r}{R}\right)^2}{\int U\, d\left(\frac{r}{R}\right)^2} = \int \frac{(P - P_a)\, dQ}{Q};$$

— le coefficient de récupération entre une section et la section d'entrée :

$$C = \frac{(\pi_r) - (\pi_r)_e}{(\pi_m)_e}.$$

Du point de vue industriel il semble plus intéressant de connaître ce coefficient de récupération caractéristique de l'énergie utilisable plutôt que le rendement qui caractérise un bilan d'énergie, tel qu'il a été défini page 5. En effet, la pression dynamique de sortie est toujours perdue. Il paraît assez évident que le fonctionnement d'un diffuseur soit lié à la forme du profil de vitesse dans sa section d'entrée. L'écoulement dans un diffuseur alimenté avec peu de vitesse le long de ses parois décolle très rapidement.

Jusqu'ici on a caractérisé le profil de vitesses dans une section par le paramètre de forme H; Campmas (1) choisit le coefficient d'énergie cinétique $\alpha = \frac{\overline{v}}{\overline{v}_m}$ pour classer les coefficients de récupération.

Pour chaque essai on a porté sur la planche 26 les points correspondant aux variations de c en fonction de α puis de H. Il faut noter un bon regroupement des points sur une courbe unique $c = f(\alpha)$ si l'on fait exception de deux ou trois points qui correspondent d'ailleurs à des sections déjà éloignées dans le diffuseur et où il y a toute chance pour que l'écoulement soit déjà décollé de la paroi. La courbe $c = f(H)$ présente un peu plus de dispersion mais peut donner un bon ordre de grandeur des phénomènes. Chaque section est considérée comme une section d'entrée pour ce qui suit.

L'avantage d'une alimentation du diffuseur en profil uniforme est très net; la plus grande partie de la récupération se fait dans le début du diffuseur et dans certains cas on arrive même à une perte à partir de la section D. (On voit sur le tableau VII qu'il arrive à c d'être négatif dans cette section.) L'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement à l'entrée ne semble pas systématique ni importante, ceci était à prévoir puisqu'on se trouve dans le domaine où le nombre de Reynolds n'influence pas le C_p [voir § I, *a*) de ce chapitre].

II. — ÉCOULEMENT TURBULENT

a) Fluctuations longitudinales de la vitesse.

Pour se rendre compte de l'importance relative de la turbulence on a tracé sur les planches 27 et 28 une représentation des variations des pourcentages de turbulence $\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U}$ le long de chaque rayon exploré pour les essais à des nombres de Reynolds d'entrée successivement : $1{,}4 \times 10^5$ et $2{,}6 \times 10^5$.

On voit nettement que le degré de turbulence décroît très rapidement lorsqu'on s'éloigne de la paroi. Au début du diffuseur il passe de 30 % à 15 % sur les 2 mm voisins de la paroi. Il faut noter, d'autre part, l'accroissement considérable de l'importance de la turbulence au fur et à mesure que l'on s'avance dans le diffuseur. Dans la section E le degré de turbulence atteint plus de 70 %. Cette valeur n'est pas aussi extraordinaire qu'elle peut le paraître tout d'abord; en effet, en E les vitesses moyennes étant beaucoup plus faibles quand $\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U} = 73\ \%$ à 0,5 mm de la paroi, ceci correspond à une valeur $\sqrt{u^2} = 2{,}6$ m/s. Si l'on se place de même à 0,5 mm de la paroi en A : $\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U} = 23\ \%$, ce qui correspond à $\sqrt{u^2} = 3{,}6$ m/s. Ceci ne donne qu'un ordre de grandeur des valeurs car en fait ce n'est pas à une même distance de la paroi en A et en E qu'il faudrait se placer pour faire une comparaison mais sur une même ligne de courant. Il en ressort néanmoins que la turbulence apparaît bien comme un phénomène indépendant des conditions locales mais lié à une histoire antérieure.

(1) *Etude de l'écoulement dans les aspirateurs des turbines Francis industrielles*, par P. Campmas.

b) **Pertes d'énergie moyenne. — Énergie cinétique turbulente.**

Comme on l'a vu théoriquement au chapitre II on a :

$$\int_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2} \right) U \, dS = \text{pertes d'énergie moyenne} = \int_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} \frac{5}{2} u^2 U \, dS + \text{pertes réelles (chaleur).}$$

Le calcul a été fait à partir des résultats expérimentaux obtenus pour $\mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$. On trouve :

$$\left[\frac{\int \left(\frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2} \right) U \, dS}{\int U \, dS} \right]_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} = 18{,}4 \qquad \text{et} \qquad \left[\frac{\frac{5}{2} \int u^2 U \, dS}{\int U \, dS} \right]_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} = 1{,}6.$$

On peut donc dire que $\frac{1{,}6}{18{,}4} = 9\ \%$ des pertes d'énergie moyenne se sont transformées en énergie cinétique turbulente le reste étant partiellement transformé en chaleur.

c) **Spectres d'énergie.**

Pour analyser en détail une grandeur fluctuante on peut supposer que la fluctuation $u(t)$ est la somme de fluctuations de fréquences différentes n et déterminer la valeur quadratique moyenne de ces fluctuations élémentaires en fonction de leur fréquence. On détermine ainsi une fonction $f(n)$ représentant la fraction d'énergie de la fluctuation longitudinale associée à la fréquence n et l'on a :

$$\int_0^\infty f(n) \, dn = \overline{u^2}.$$

En général, on exprime la fréquence en fonction du nombre d'onde $k = \frac{2 \pi n}{U}$ (U étant la vitesse moyenne au point considéré) et l'on exprime la distribution spectrale de la fluctuation par la fonction F (k) normalisée par la relation :

$$\int_0^\infty F(k_1) \, dk_1 = 1.$$

On a tracé sur les planches 29 à 33 les spectres obtenus sur chaque rayon exploré au nombre de Reynolds $\mathcal{R} = 1{,}4 \times 10^5$. Les points analysés ont été choisis d'abord dans la couche limite puis au voisinage de la frontière de la couche limite et enfin à la moitié du rayon de la section.

On note que la majeure partie de l'énergie turbulente, associée aux fluctuations de faibles fréquences, est localisée dans une région proche de la paroi. Ce phénomène s'accentue d'ailleurs de façon assez importante lorsqu'on pénètre dans le diffuseur. A la sortie du diffuseur pour $10^1 < k < 10^2$ on a $0{,}5 < \sqrt{\frac{\overline{u^2}}{U}} < 2$. Ceci signifie donc que l'énergie turbulente est surtout diffusée sous forme de gros tourbillons et donc de façon peu isotrope. Il ne nous a malheureusement pas été possible de mesurer les moyennes des

carrés des dérivées de la vitesse qui nous auraient alors permis de déterminer les facteurs de corrélation et donc la dissipation d'énergie turbulente telle qu'elle apparaît dans les équations données au chapitre II, pages 16 et 23.

III. — CONCLUSION

Prenant comme paramètres principaux la forme du profil de vitesse et le nombre de Reynolds, les points essentiels qui se dégagent à la fois de l'étude que nous avons faite sur un diffuseur conique à 6° et de la comparaison des différents textes existant antérieurement sont les suivants :

— le coefficient de récupération d'un diffuseur est nettement influencé par la forme du profil de vitesse à son entrée. Il est possible de tracer une courbe $c = f(\alpha)$ (variation du coefficient de récupération en fonction du coefficient d'énergie cinétique) comme il est fait quelquefois pour les diffuseurs de turbines lorsque l'on considère l'écoulement sans tenir compte de la rotation. Le passage de $\alpha = 1{,}01$ à $\alpha = 1{,}20$ fait chuter le coefficient de récupération de $c = 0{,}73$ à $c = 0{,}20$. Une courbe reliant plus directement le coefficient de récupération au paramètre de forme présente un peu plus de dispersion. Par contre le nombre de Reynolds dans le domaine de nos essais, c'est-à-dire

$$1{,}4 \times 10^5 < \mathcal{R} < 5{,}2 \times 10^5$$

ne semble pas jouer un rôle très notable sur la récupération. Cependant l'étude systématique des coefficients de pression de paroi pour un domaine plus étendu de nombre de Reynolds montre que C_p varie avec $\mathcal{R}$ lorsque la vitesse à l'entrée du diffuseur est inférieure à 40 m/s, c'est-à-dire pour $\mathcal{R} \lesssim 2 \times 10^5$;

— le tracé des profils de vitesse dans les différentes sections explorées montre que la loi logarithmique des vitesses reste pratiquement toujours valable au voisinage de la paroi. Elle permet de calculer le coefficient de frottement qui se trouve être de l'ordre de 0,003 pour $\mathcal{R} = 2{,}6 \times 10^5$. L'influence du nombre de Reynolds sur le profil de vitesses d'entrée n'a pas pu être mise en évidence.

D'autre part, l'épaississement de la couche limite s'est montré très rapide dans le diffuseur : un profil de vitesse uniforme sur 90 °$_0$ du rayon en section d'entrée n'est plus uniforme que sur 60 °$_0$ du rayon quand celui-ci a seulement doublé. Le calcul théorique de l'accroissement de l'épaisseur de quantité de mouvement le long du diffuseur (chap. II, p. 24) est très bien vérifié si l'on prend l'équation obtenue avec les exposants numériques suivants :

$$\delta_2 R \left(\frac{U \delta_2 R}{\nu} \right)^{1/4} = 0{,}0016\, U^{-4} \int_{x_0}^{x} U^4 R^{1+\frac{1}{4}}\, dx.$$

Donc, connaissant seulement les conditions d'entrée dans le diffuseur il est possible de calculer de façon valable en toute autre section l'épaisseur de quantité de mouvement ;

— l'importance de la turbulence dans un diffuseur est mise en évidence par le tracé des courbes $\sqrt{\frac{\overline{u^2}}{U}}$ °$_0$ en fonction de la distance à la paroi pour chaque section explorée.

On s'aperçoit ainsi que ce rapport peut prendre la valeur de 70 dans la section de sortie du diffuseur. Ceci correspond à une valeur de $\sqrt{\overline{u^2}}$ de l'ordre de 2,6 m/s.

Le calcul de la perte d'énergie moyenne et de l'énergie cinétique turbulente montre que 9 % de l'énergie moyenne est transformée en énergie cinétique turbulente entre le début et la fin du diffuseur.

Enfin, l'analyse spectrale de cette turbulence montre qu'une grande partie de l'énergie turbulente est liée aux fluctuations de faible fréquence et localisée dans une région proche de la paroi; il y aurait donc surtout diffusion de turbulence sous forme de gros tourbillons. Le matériel dont nous disposions ne nous permettant pas les mesures de corrélation nous ne pouvons rien dire sur la dissipation d'énergie turbulente telle qu'elle apparaît dans le bilan d'énergie.

PLANCHES

PLANCHE 1

Répartition des différents taux d'énergie en fonction de la distance à la paroi.

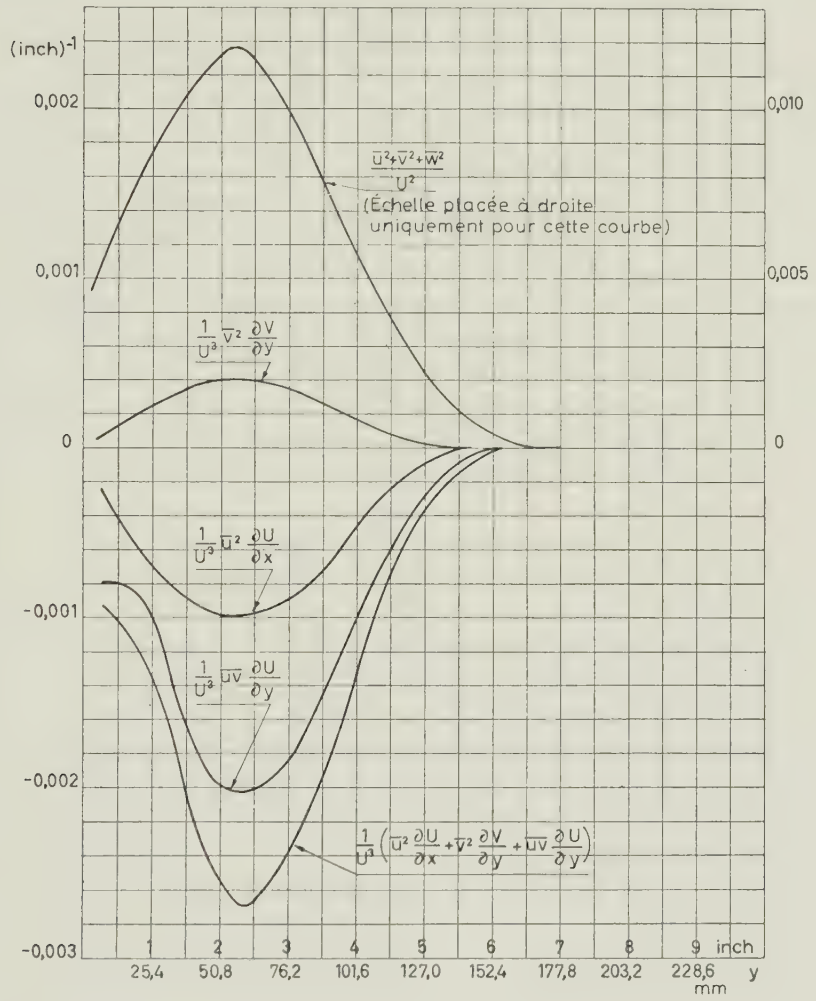


PLANCHE 2

Répartition des différents taux d'énergie en fonction de la distance à la paroi.

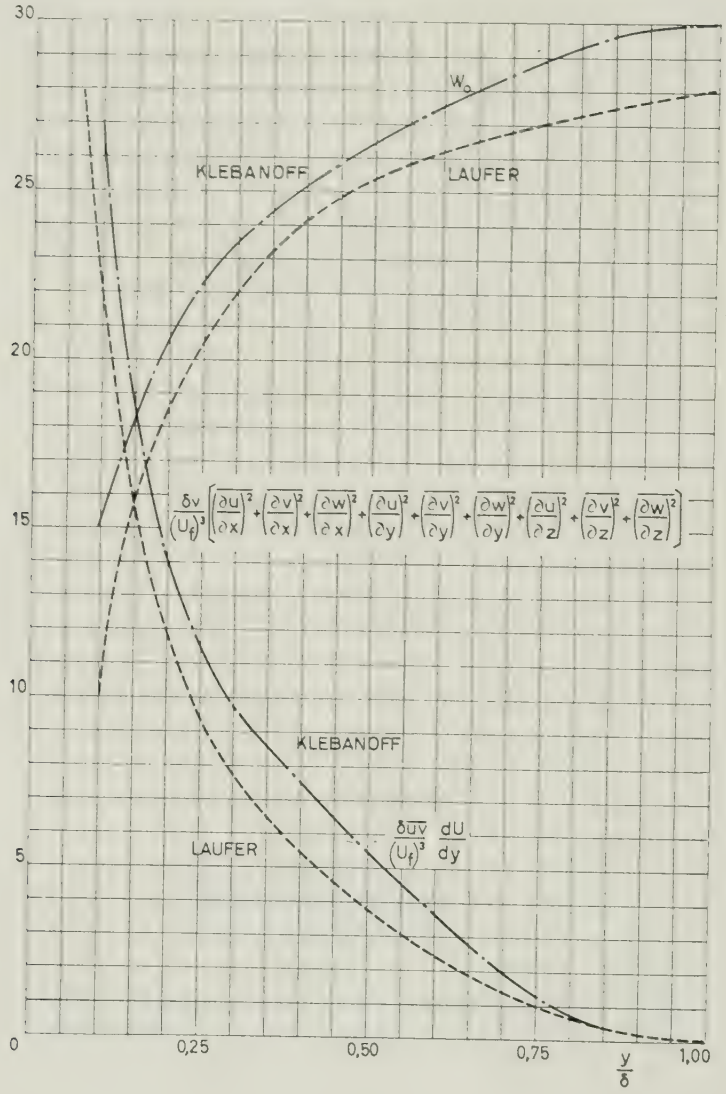


PLANCHE 3

Répartition des différents taux d'énergie en fonction de la distance à la paroi.

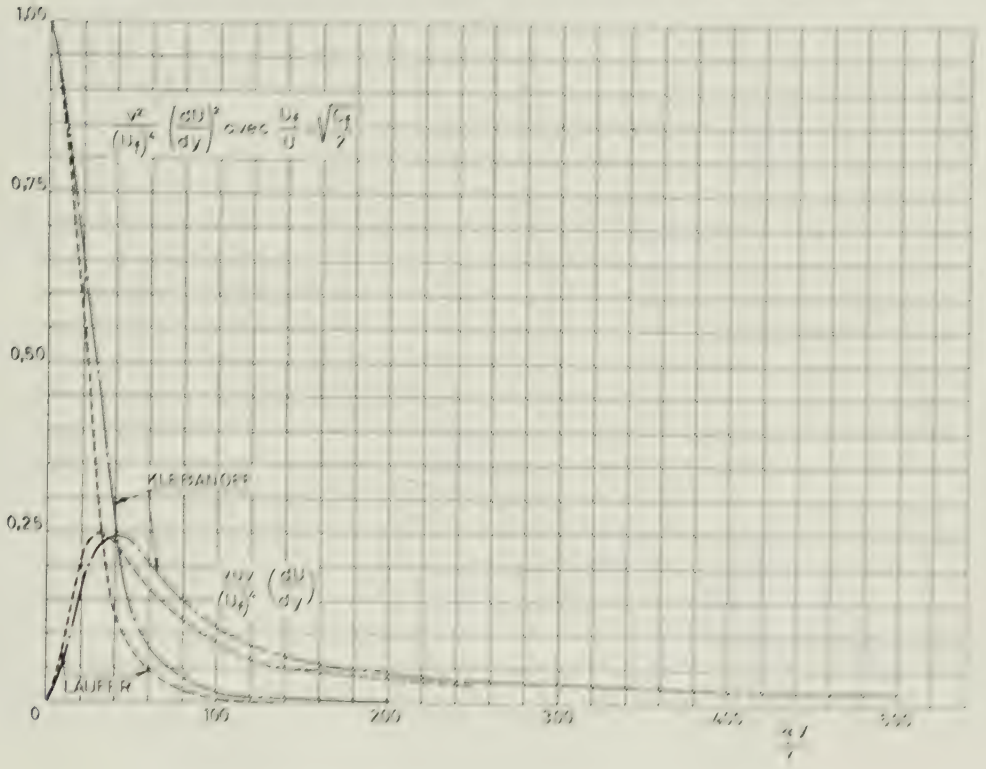


PLANCHE 4

Variation des rapports $\frac{u}{U_f}$, $\frac{v}{U_f}$, $\frac{w}{U_f}$ en fonction du nombre de reynolds $\frac{U_f y}{\nu}$.

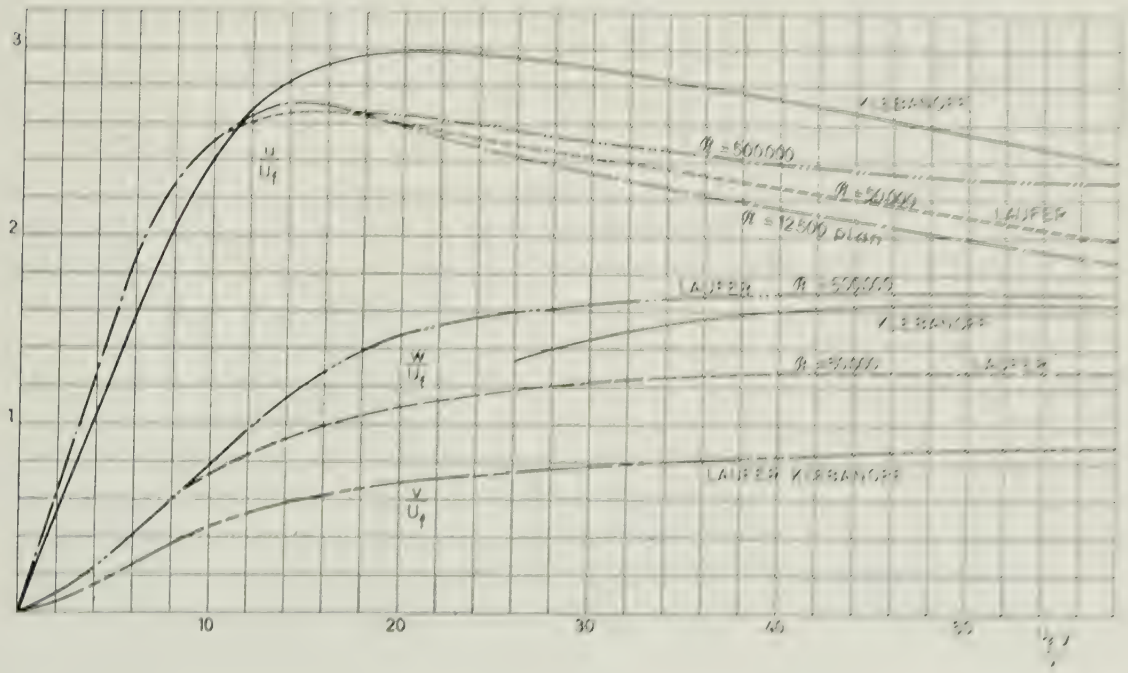


PLANCHE 5

Première fonction caractéristique de l'évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement.

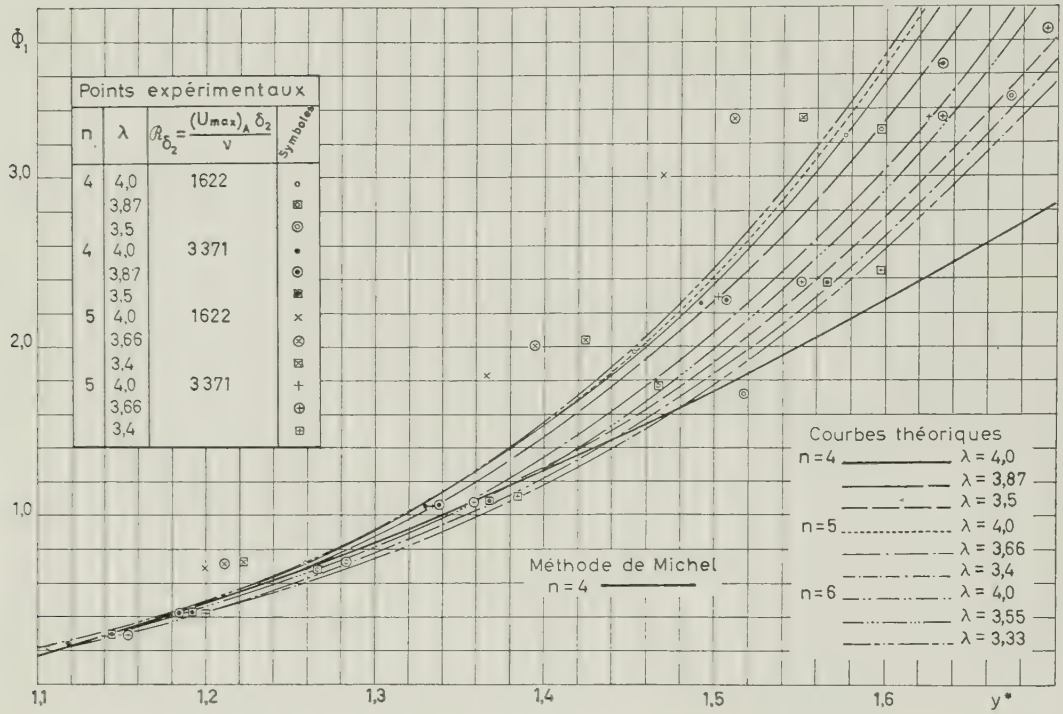


PLANCHE 6

Deuxième fonction caractéristique de l'évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement.

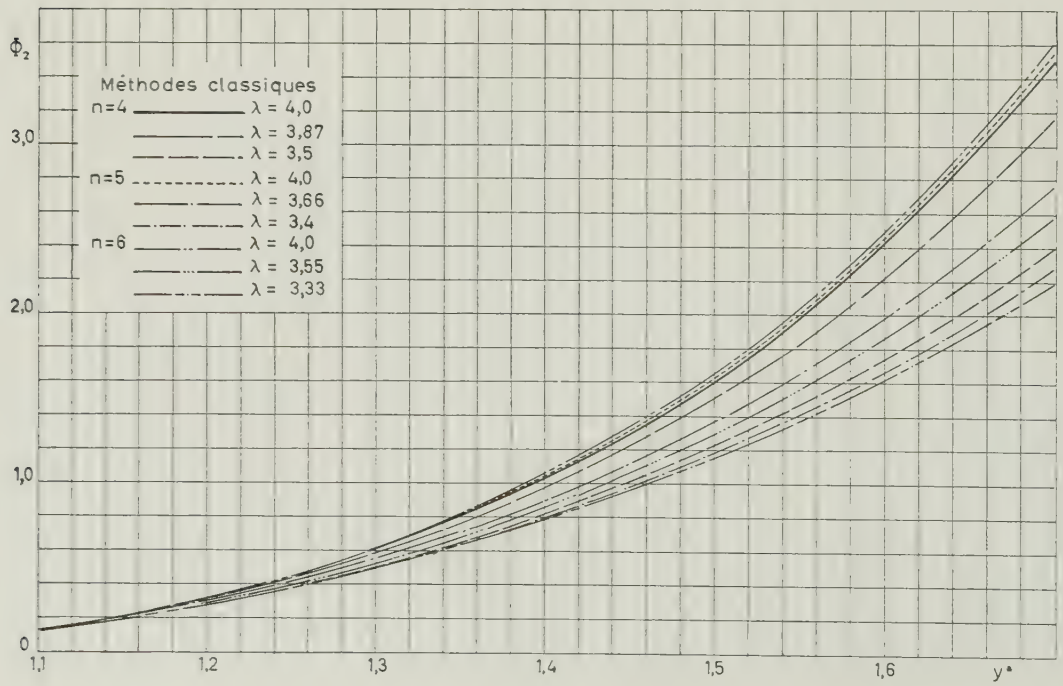


PLANCHE 7

Étalonnage d'un fil chaud.

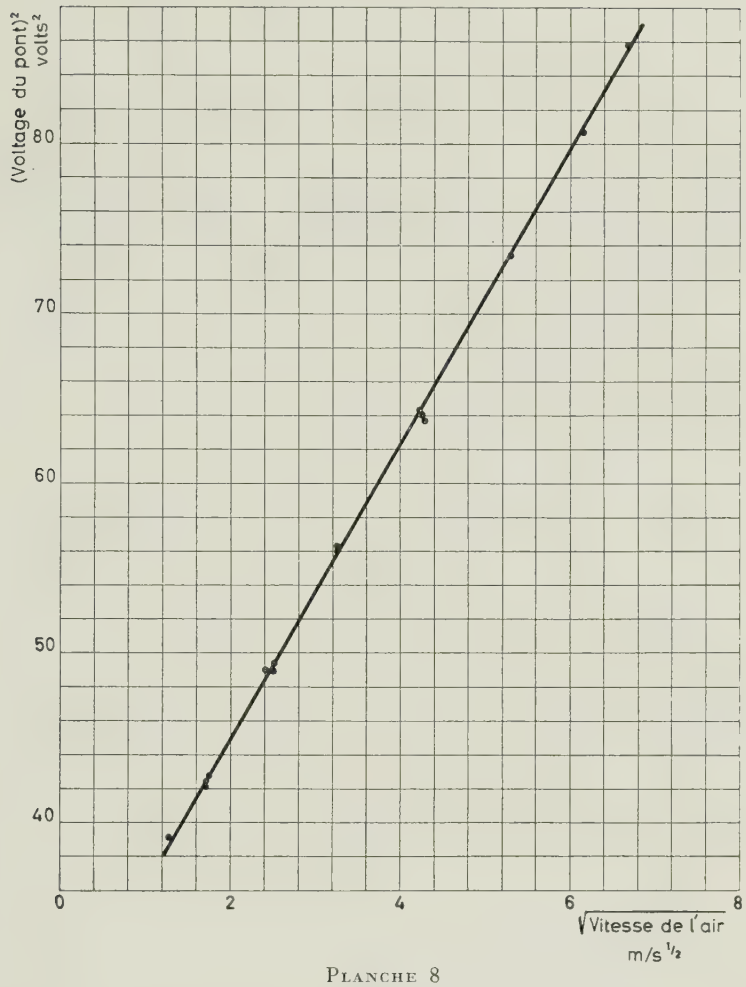


PLANCHE 8

Évolution de la pression de paroi en fonction de l'accroissement de la section.

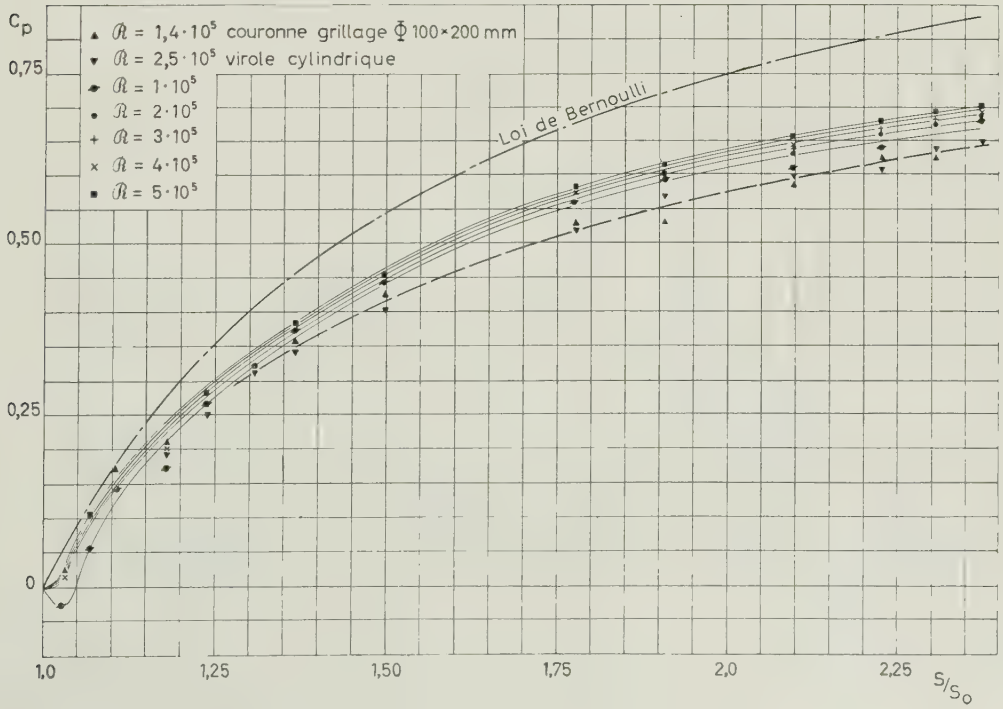


PLANCHE 9

Coefficient de pression en fonction du débit traversant l'installation.

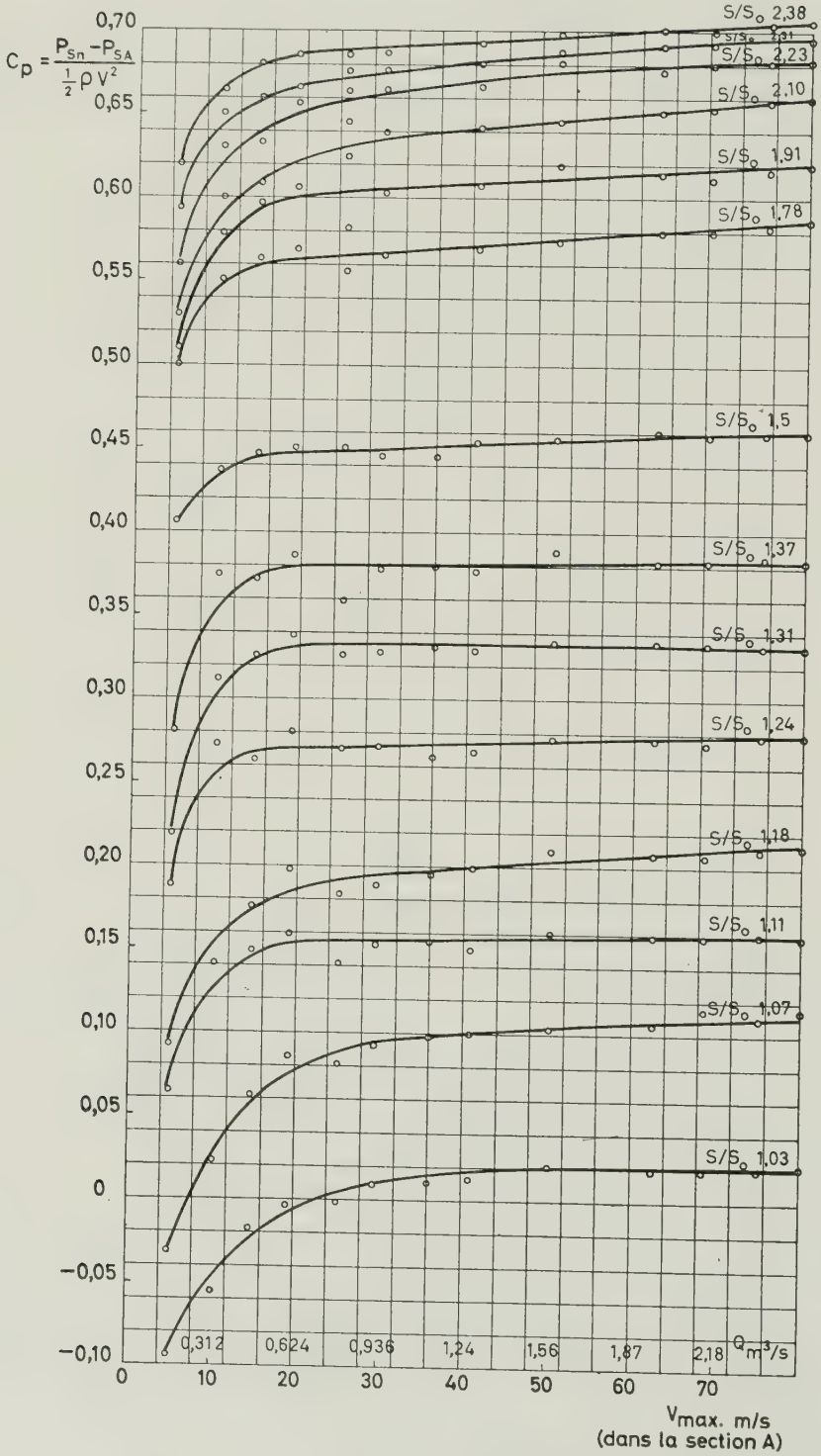


PLANCHE 10

Distribution des vitesses moyennes : Section A.

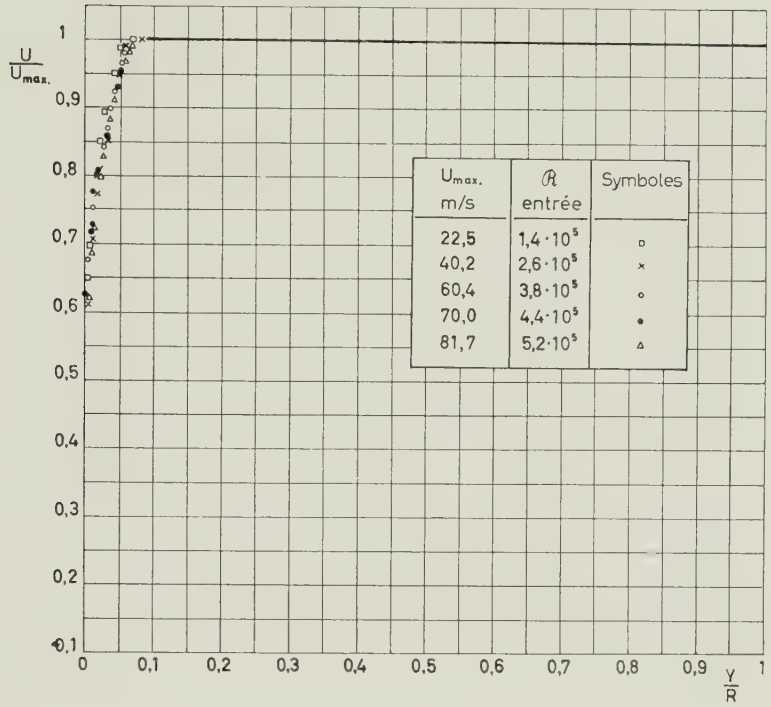


PLANCHE 11

Distribution des vitesses moyennes : Section B.

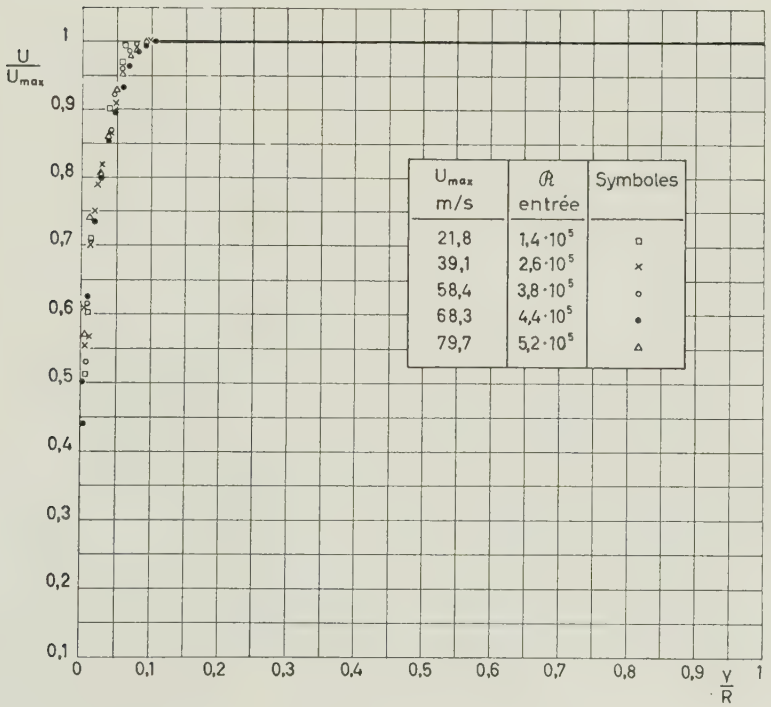


PLANCHE 12

Distribution des vitesses moyennes : Section C.

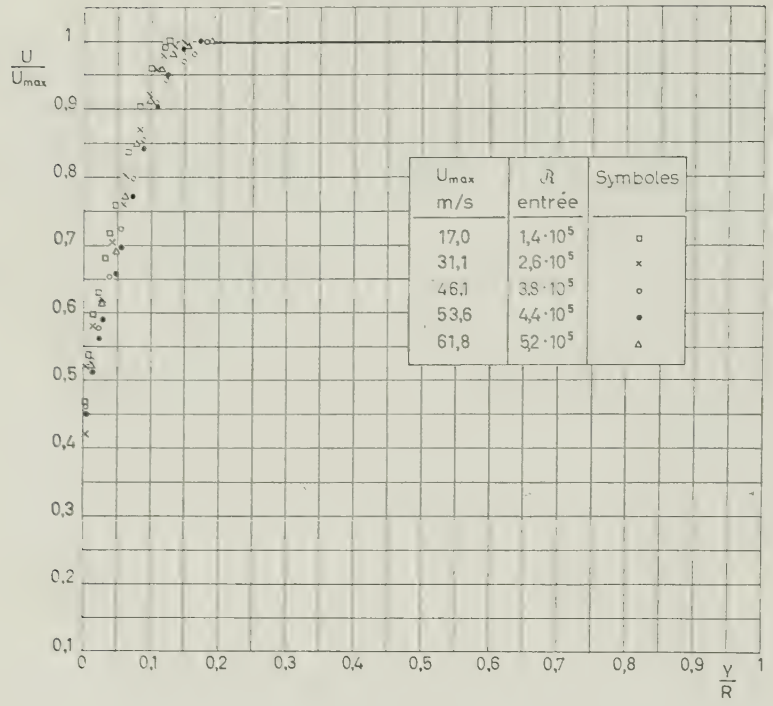


PLANCHE 13

Distribution des vitesses moyennes : Section D.

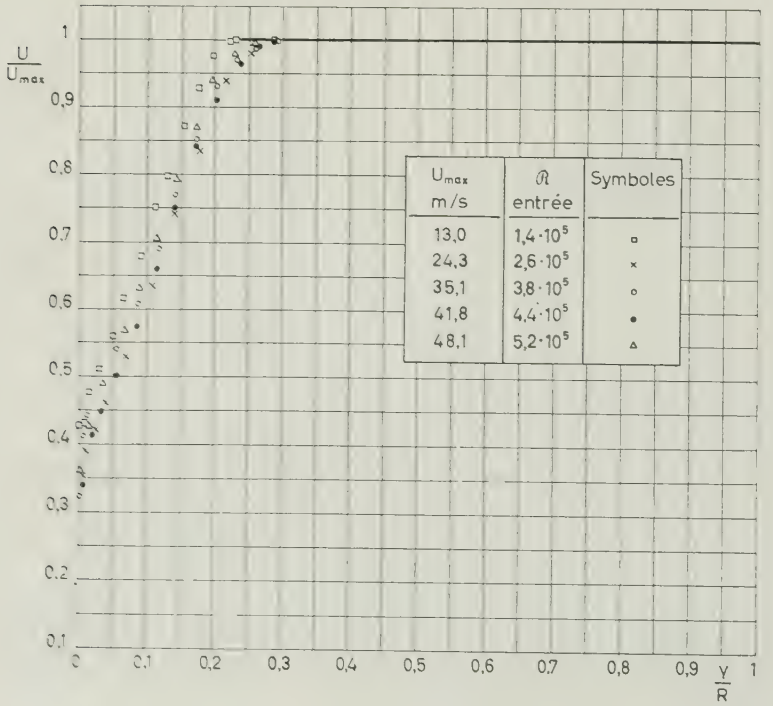


PLANCHE 14

Distribution des vitesses moyennes : Section E.

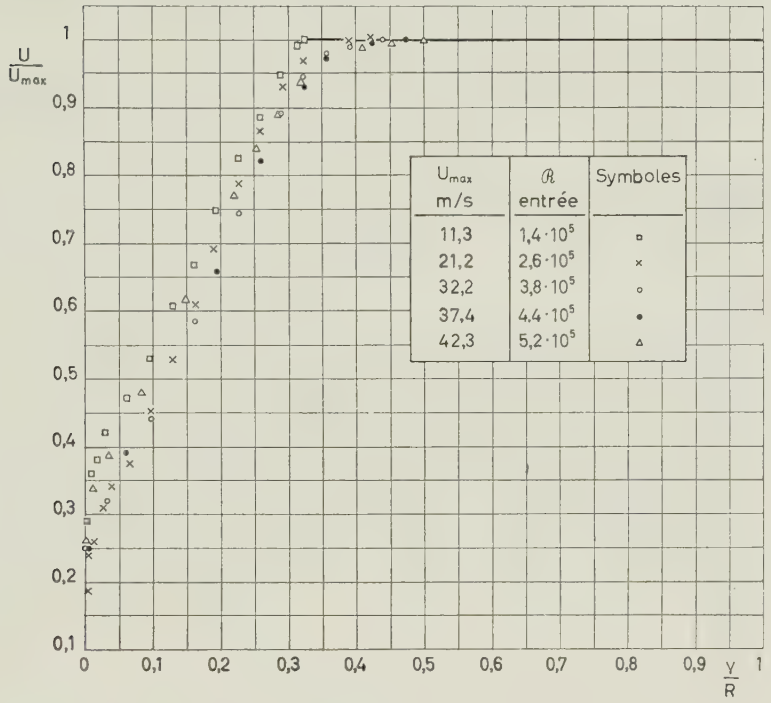


PLANCHE 15

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur pour un nombre de Reynolds donné, calculé sur le rayon de la surface d'entrée.

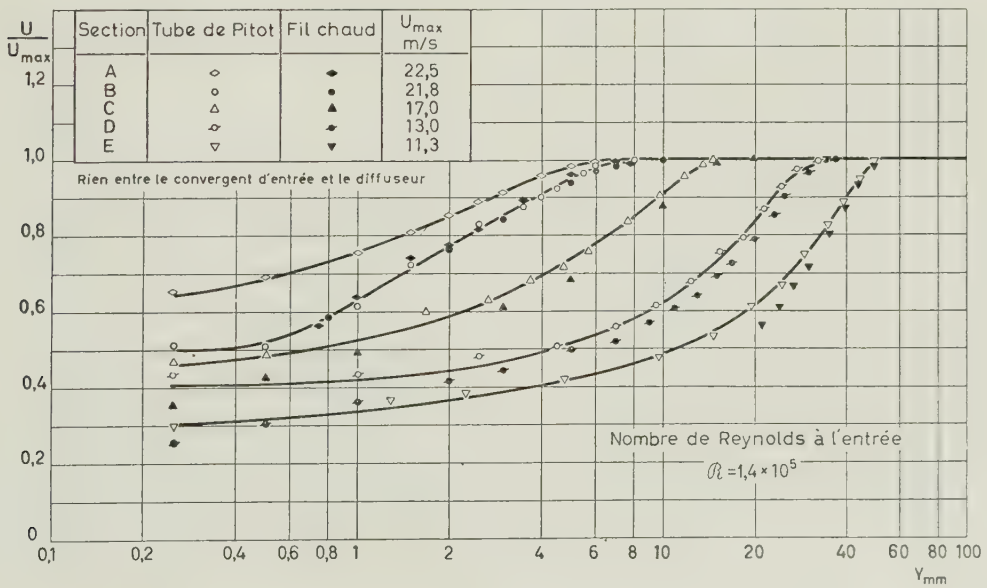


Planche 16

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur pour un nombre de Reynolds donné, calculé sur le rayon de la surface d'entrée.

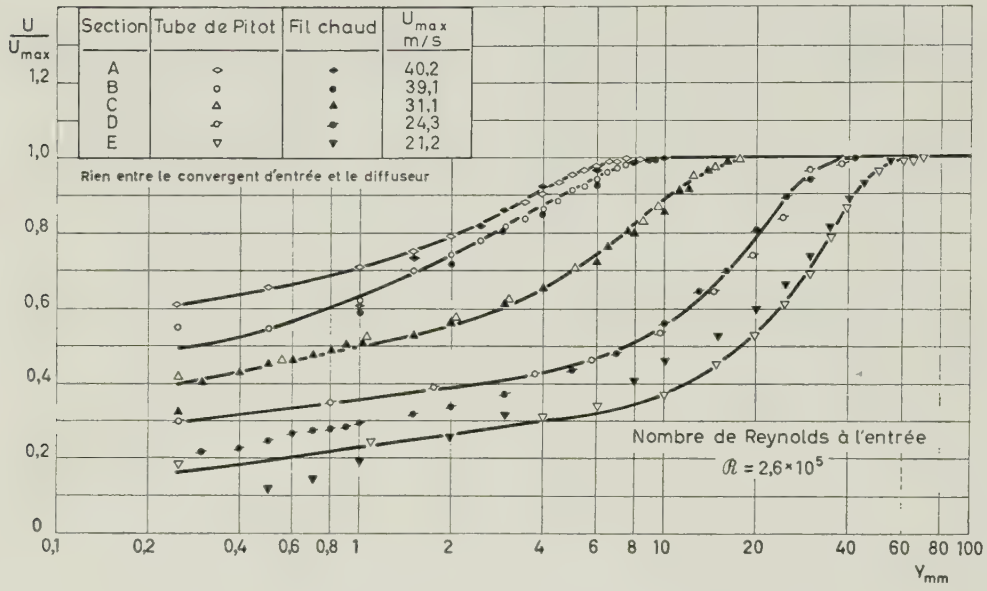


Planche 17

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur pour un nombre de Reynolds donné, calculé sur le rayon de la surface d'entrée.

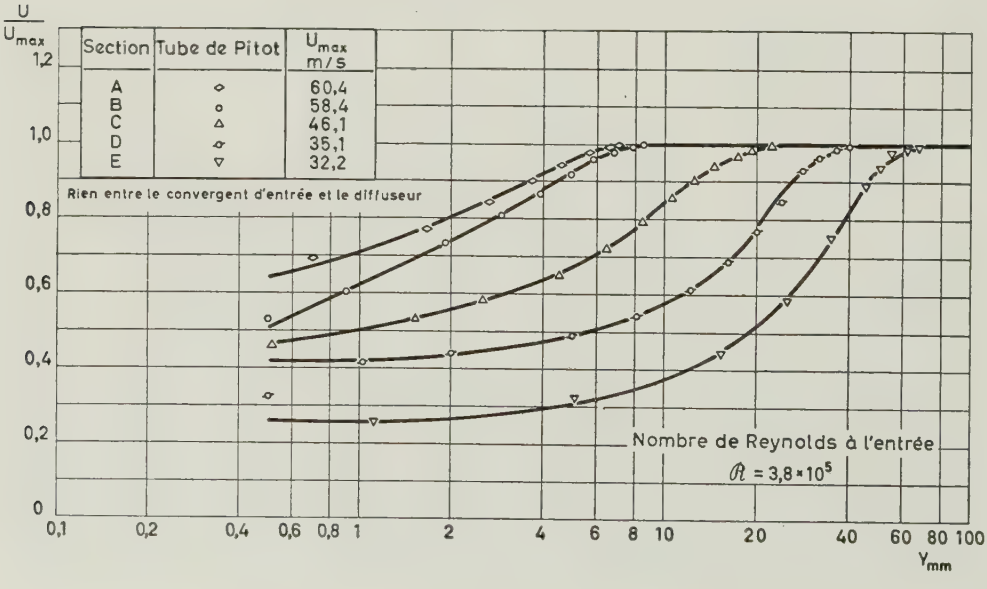


Planche 18

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur pour un nombre de Reynolds donné, calculé sur le rayon de la surface d'entrée.

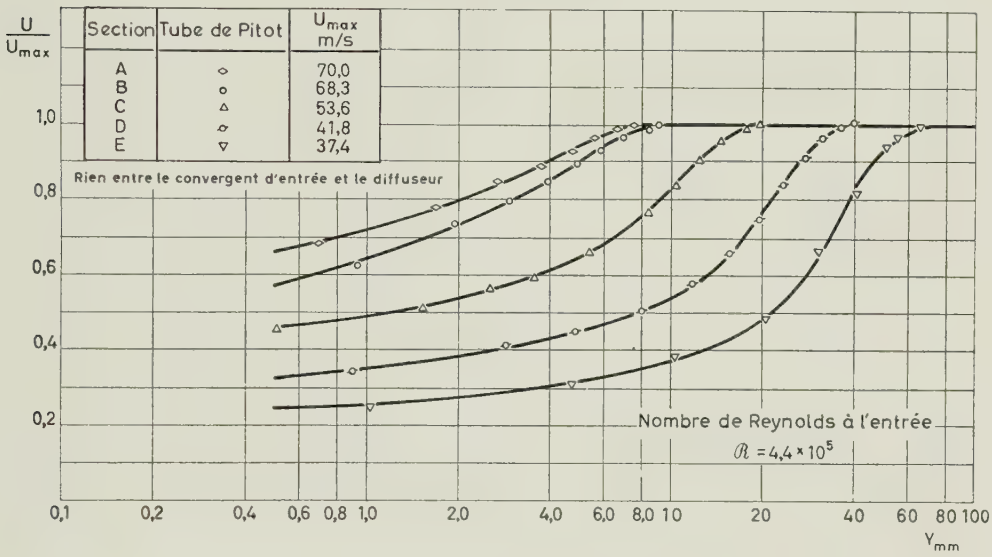


Planche 19

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur pour un nombre de Reynolds donné, calculé sur le rayon de la surface d'entrée.

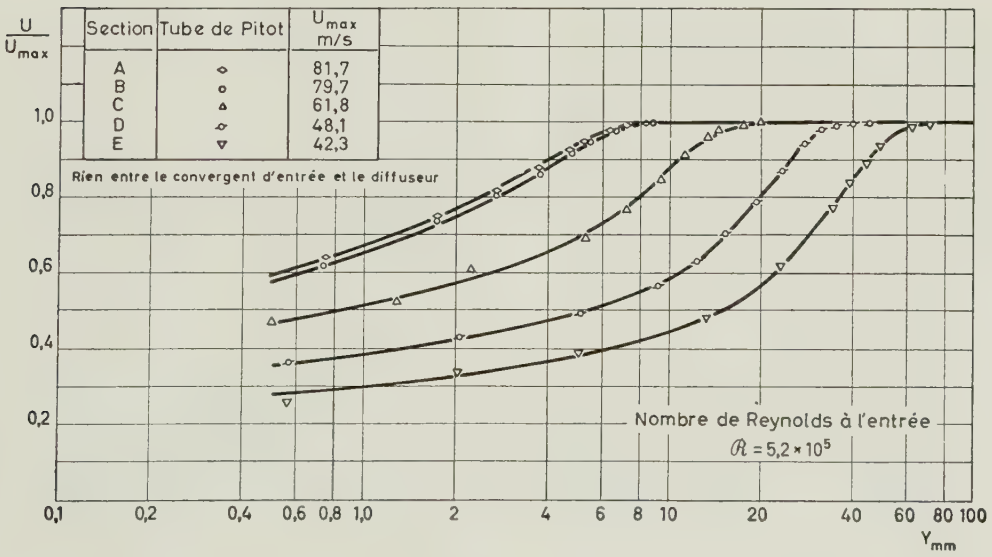


PLANCHE 20

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur à partir d'un profil de vitesses déjà perturbé à l'entrée (virole cylindrique).

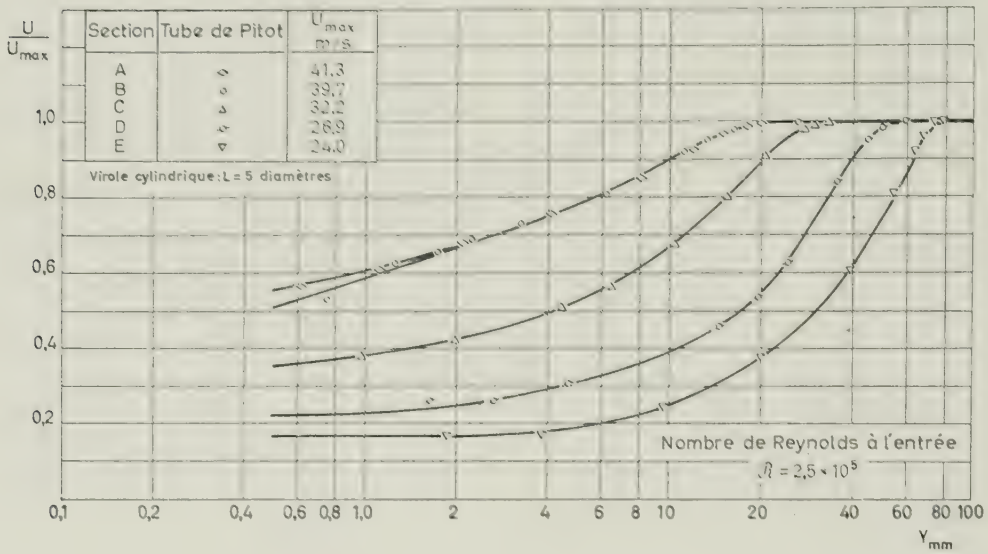


PLANCHE 21

Évolution du profil de vitesses dans le diffuseur à partir d'un profil de vitesses déjà perturbé à l'entrée (couronne de grillage).

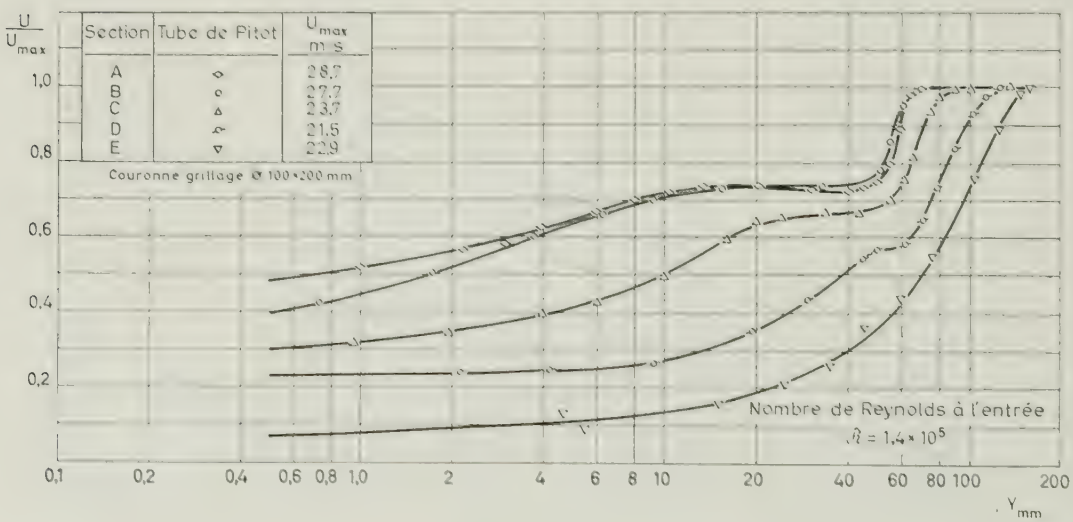


PLANCHE 22

Variation du paramètre d'énergie en fonction du paramètre de forme.

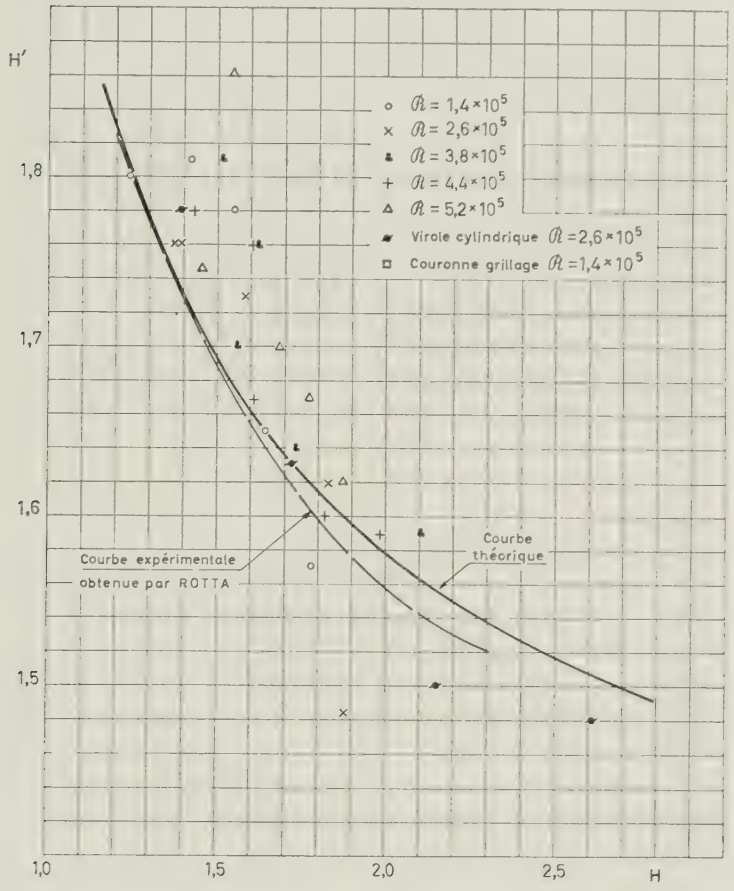


Planche 23

Variation du paramètre de forme en fonction de $\eta = 1 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^2_{y=\delta_2}$.

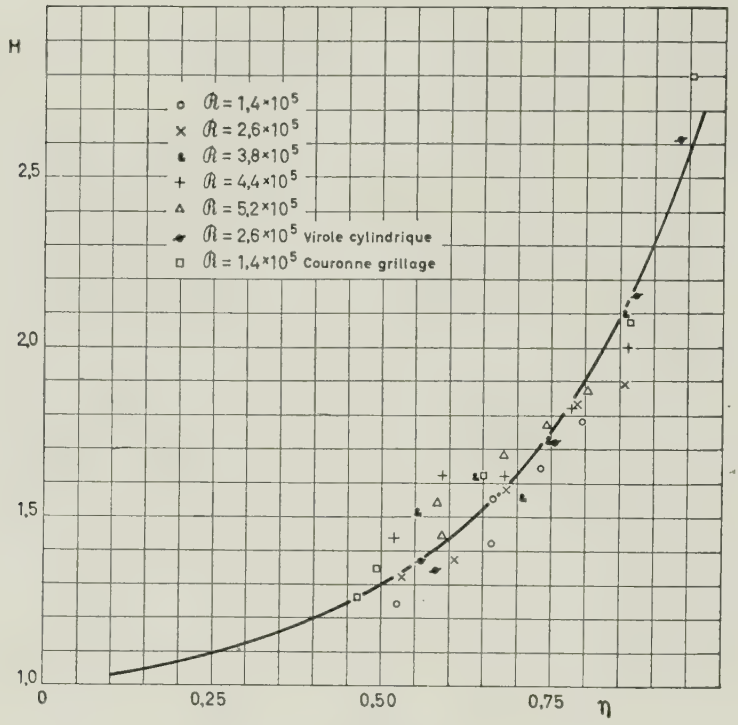


Planche 24

Variation du paramètre de forme en fonction de $D = \frac{1}{0,68}\left[0,89 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)_{y=\delta_2}\right]$.

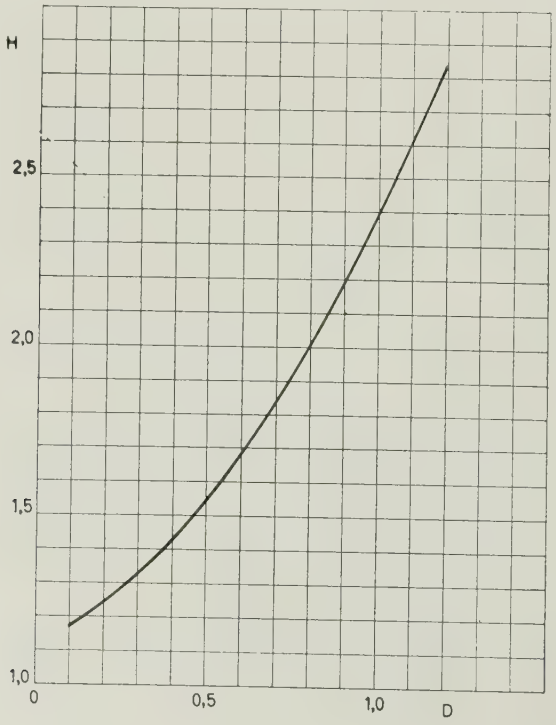


Planche 25

Variation de l'épaisseur de couche limite rapportée à l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de $D = \frac{1}{0{,}68}\left[0{,}89 - \left(\frac{U}{U_{max}}\right)_{y=\delta_2}\right]$.

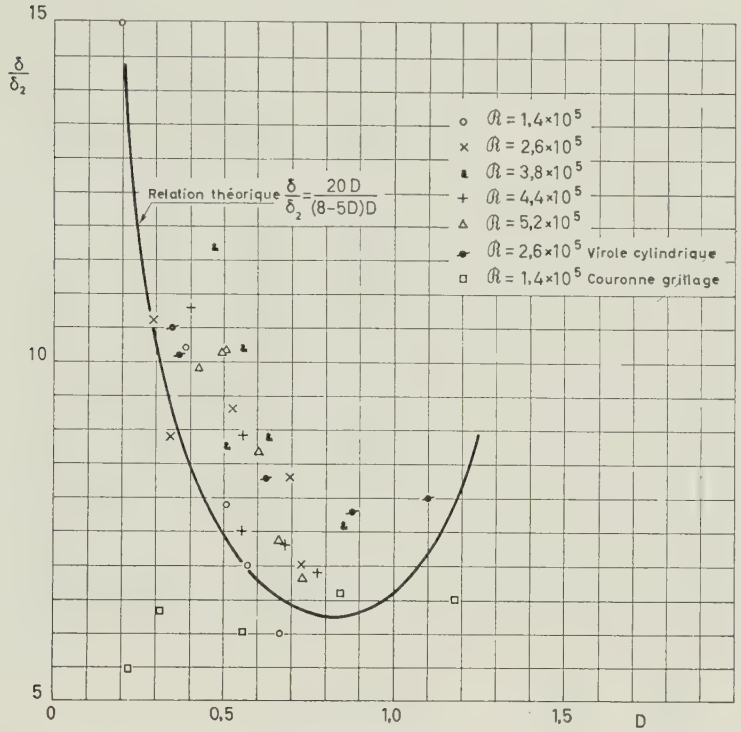


Planche 26

Variation du coefficient de récupération du diffuseur.

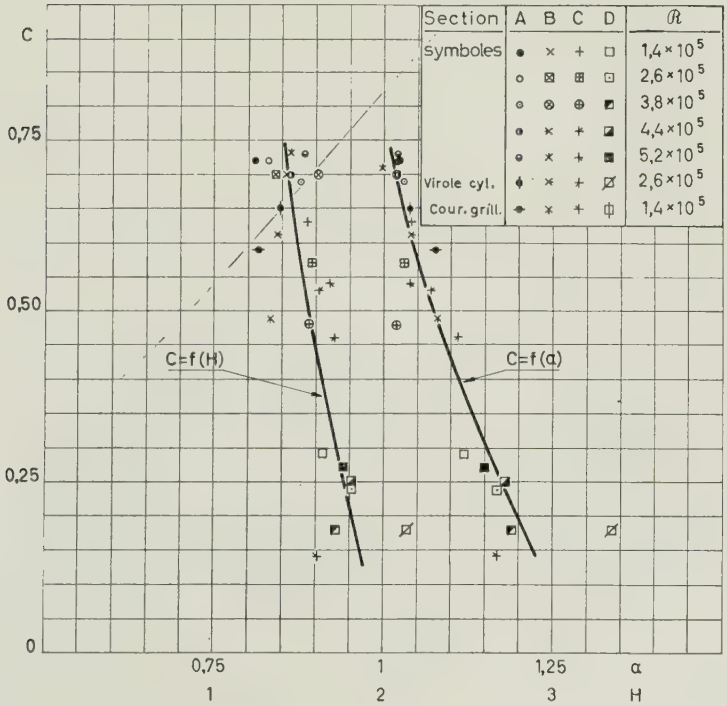


PLANCHE 27

Répartition du degré de turbulence en fonction de la distance à la paroi pour un nombre de Reynolds donné dans la section d'entrée.

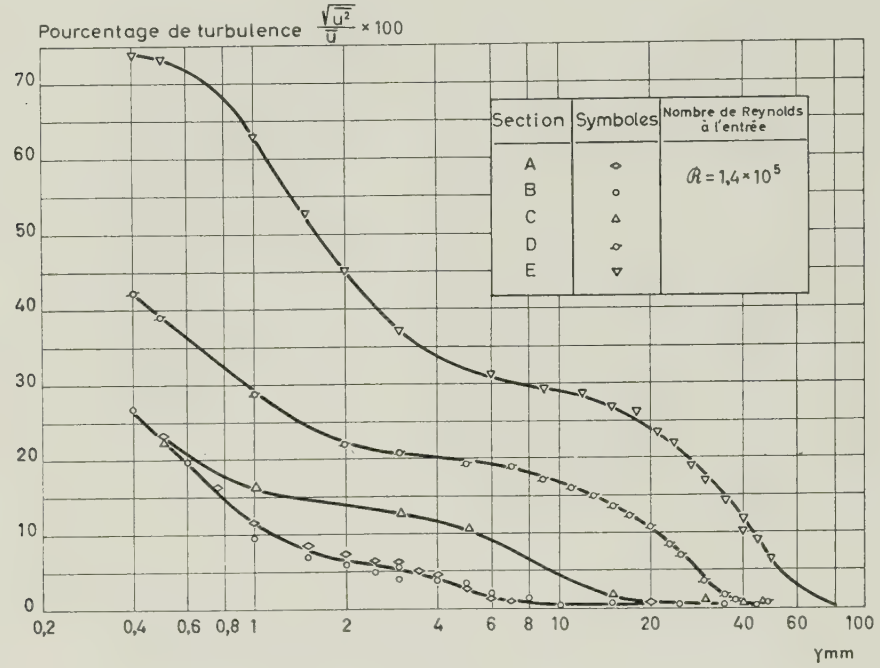


PLANCHE 28

Répartition de degré de turbulence en fonction de la distance à la paroi pour un nombre de Reynolds donné dans la section d'entrée.

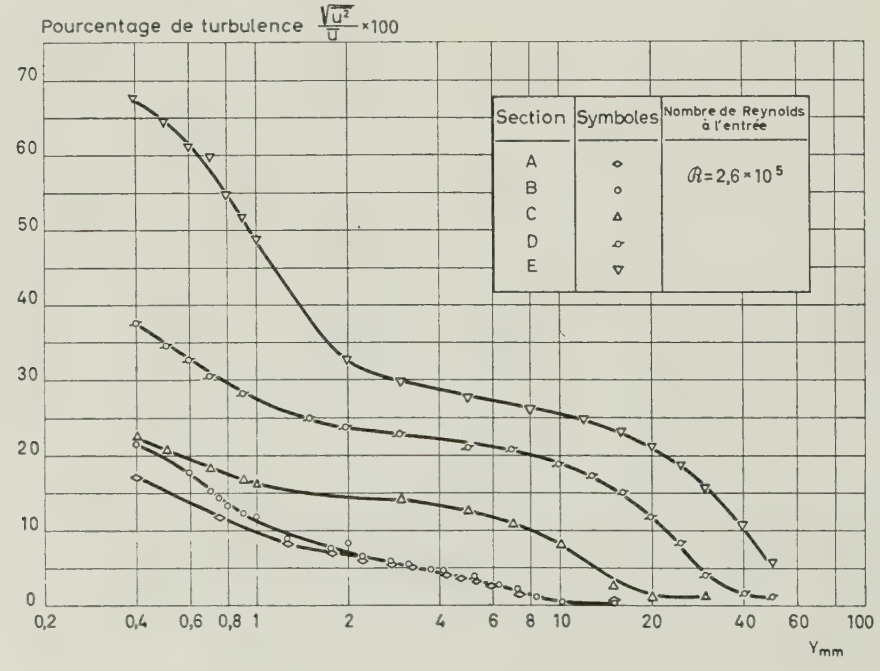


PLANCHE 29

Spectre de turbulence.

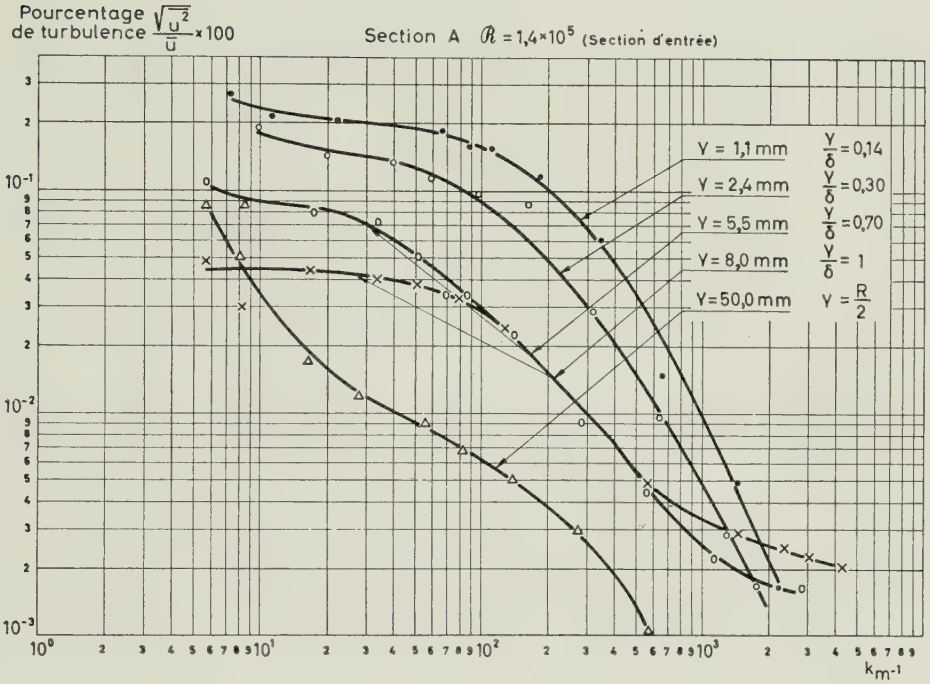


PLANCHE 30

Spectre de turbulence.

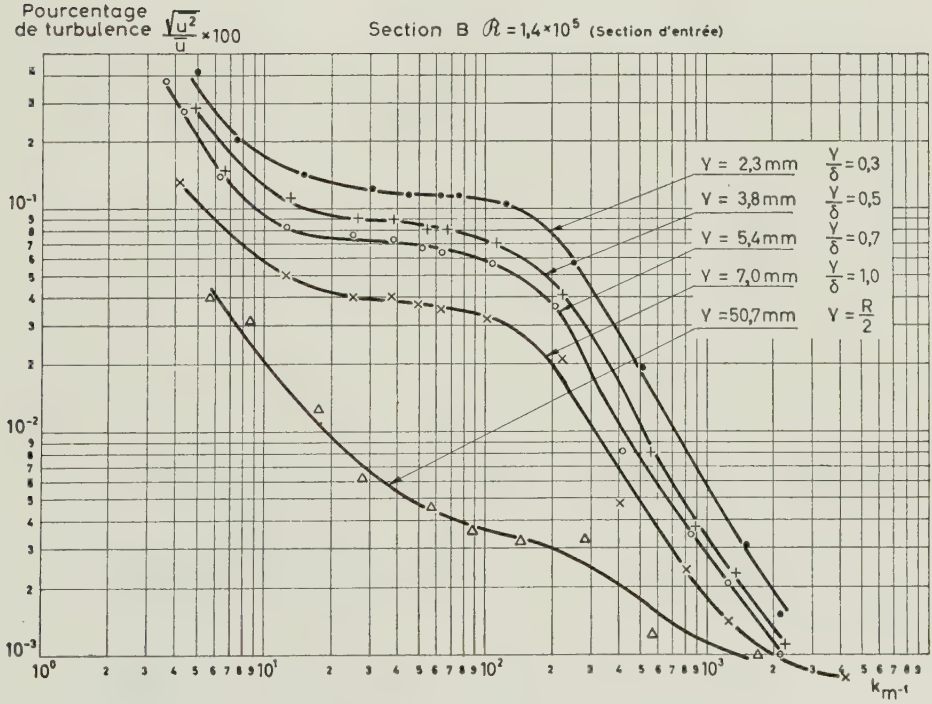


PLANCHE 31

Spectre de turbulence.

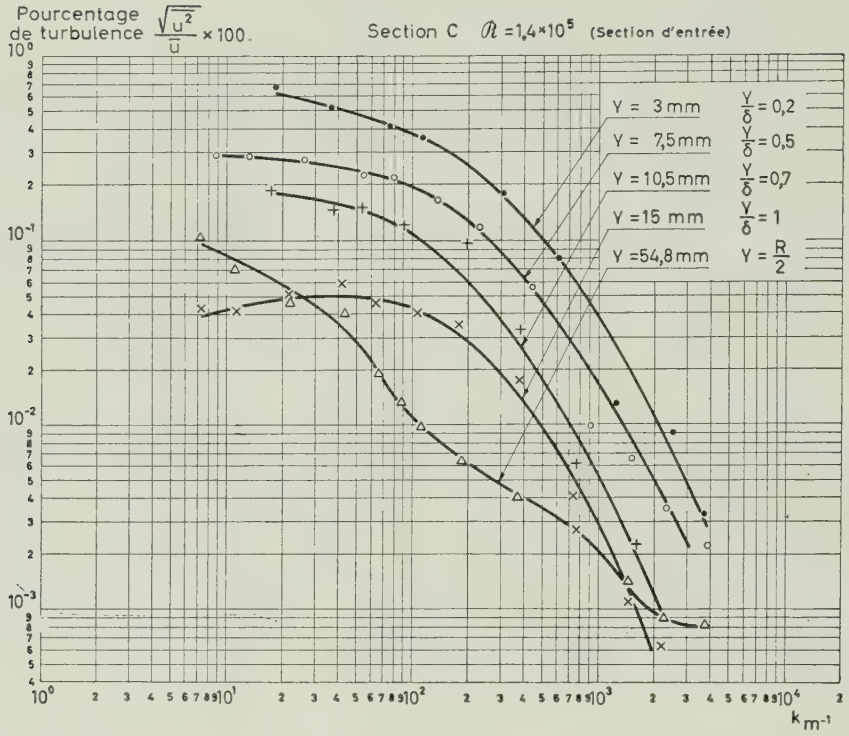


PLANCHE 32

Spectre de turbulence.

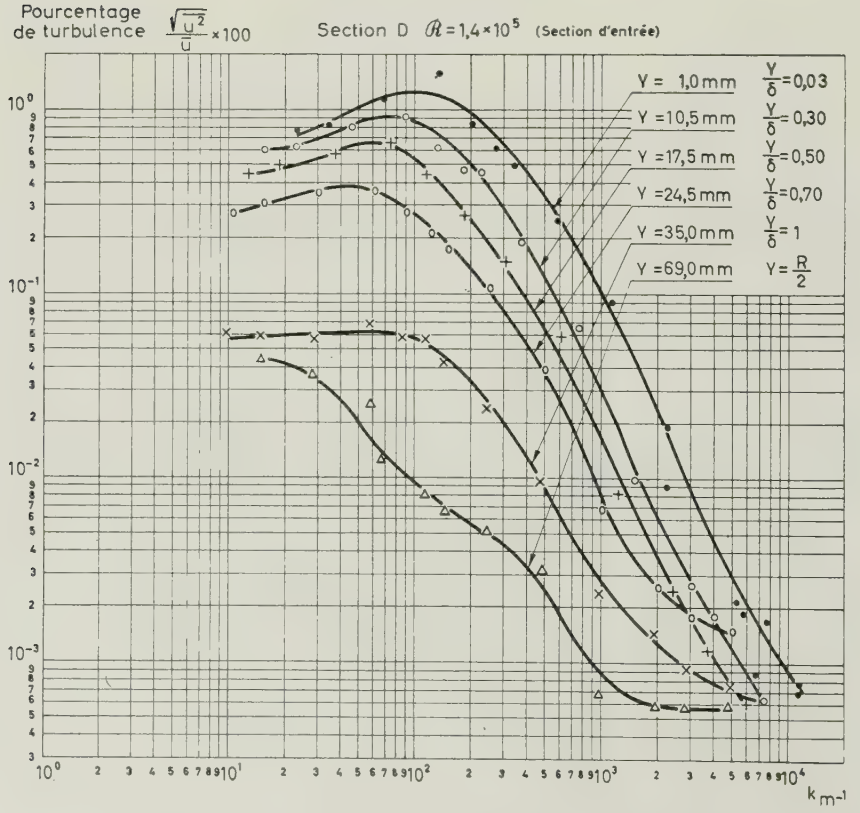
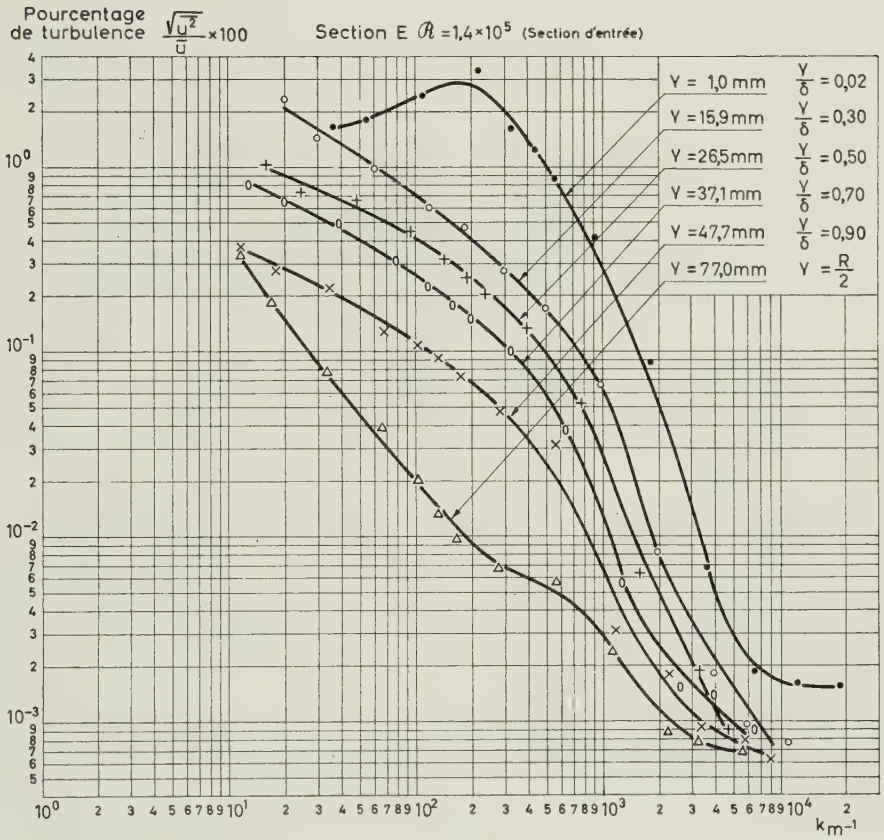


PLANCHE 33

Spectre de turbulence.



DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

DIFFUSION D'EFFLUENTS GAZEUX

Vu et approuvé :

Paris, le 12 novembre 1962

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Marc ZAMANSKY.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE.

23819. — Imprimerie du S.D.I.T., 4, avenue de la Porte-d'Issy. PARIS-XV^e^
avec la collaboration de l'Imprimerie Durand (Chartres-Luisant).

IMPRIMERIE